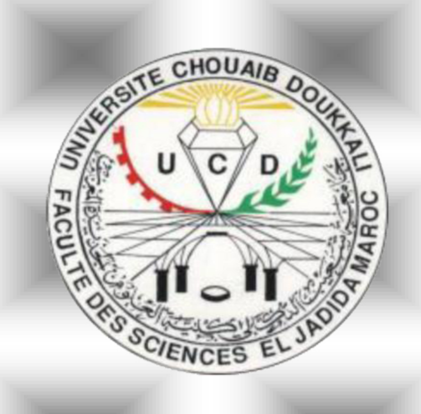






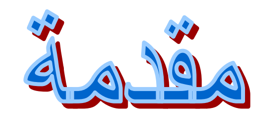
Sujet Des Examens



Clubnajah2013@gmail.com
www.clubnajah.blogspot.com
www.facebook.com/succes.club







بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَٰنِ الرَّحِيمِ والصلاة والسلام على أشرف المرسلين وبعد:

تم بفضل الله إتمام هذا المطبوع ولقد تم إعداد هذا العمل المتواضع من اجل إحاطة الطلبة علما بطريقة وضع الامتحانات و أخد فكرة مسبقة عن نوعية الأسئلة . و المطلوب من الطالب قبل الشروع في حل الامتحانات مراجعة الدروس و تمارين الأعمال الموجهة جيدا لاستيعاب المفاهيم و ليسهل اختبار قدرات الطالب.
و في الختام نشكر كل الطلبة الدين ساهموا من قريب أو بعيد في هذا الانجاز المتواضع و إن شاء الله يكون وسيلة ايجابية للتحصيل العلمي و لتحسين المستوى التعليمي للطلبة. ونتمنى أن يستفيد منه كل الطلبة.

للتواصل معنا :

www.facebook.com/succes.club
clubnajah2013@gmail.com
www.clubnajah.blogspot.com



Université Chouaib Doukkali
Faculté des Sciences
Département de Physique
El Jadida

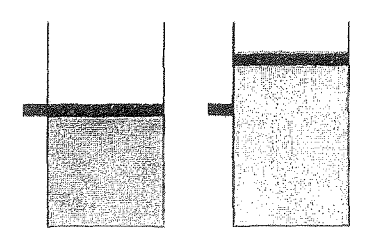
Année universitaire 2014/2015

EXAMEN DE THERMODYNAMIQUE
FILIERE SMAI1, Durée : 1H30

PROBLEME 1

Un gaz parfait, de coefficient γ, est contenu dans un cylindre muni d'un piston, l'ensemble étant calorifugé. La pression extérieure est P_0. Dans l'état initial, le piston est bloqué et le gaz est comprimé sous la pression $P_1 > P_0$, occupant le volume V_1 à la température T_1.
On libère le piston et on laisse le système atteindre un nouvel état d'équilibre.
On pose $x = P_0/P_1$.

1. Exprimer la température T_2 du gaz à l'équilibre, en fonction de γ, x et T_1.
2. Comparer T_2 à T_1.
3. Exprimer le volume V_2 du gaz à l'équilibre, en fonction de γ, x et V_1.



PROBLEME 2

On fait subir à une mole de gaz parfait les transformations réversibles suivantes :

- A : état (1) → état (2) : compression adiabatique
- B : état (2) → état (3) : dilatation isobare
- C : état (3) → état (4) : détente adiabatique
- D : état (4) → état (1) : refroidissement isochore

Chaque état (i) (i variant de 1 à 4) est défini par sa pression P_i, sa température T_i et le volume du gaz V_i. On définit $a = V_1/V_2$ et $b = V_4/V_3$.
Données numériques : $R = 8,314\ J.K^{-1}.mol^{-1}$, $P_1 = 1,0$ bar, $T_1 = 300$ K, $a = 9$, $b = 3$, $\gamma = 1,4$.

1/ Représenter sommairement le cycle sur un diagramme de Clapeyron.
2/ Donner les expressions de la pression, du volume et de la température des états (2), (3) et (4) en fonction de P_1 (respectivement V_1 et T_1), a, b et γ.
Calculer numériquement ces valeurs (on présentera les résultats sous la forme d'un tableau).
3/ Calculer les travaux et quantités de chaleur échangés par le gaz au cours des quatre transformations.
Que se passe-t-il si **b = a** ?
4/ Le cycle est-il moteur ou récepteur ? (justifiez votre réponse).
5/ Exprimer le rendement η de ce cycle en fonction de a, b et γ.
Calculer la valeur numérique correspondante.
6/ Comparer avec le rendement d'un cycle de Carnot fonctionnant entre deux sources, l'une chaude, et l'autre froide.
7/ Représenter le cycle sur un diagramme (S, T).
8/ Déterminer les variations d'entropie au cours des quatre transformations.

Université Chouaïb Doukkali
Faculté des Sciences
Département de Mathématiques

Année Universitaire : 2014/2015
Filière : SMIA
Module : Algèbre 2

examen du premier semestre
Epreuve d'algèbre 2
Durée : 1h 30mn

Exercice 1. Soit $(G, \cdot)$ un groupe d'élément neutre noté e. Pour tout $g \in G$, on note γ_g l'application de G dans G définie par $\gamma_g(h) = gh$ pour tous g et h dans G.

(1) Montrer que pour tout $g \in G$, l'application γ_g est une bijection. On note $(\mathcal{B}(G), \circ)$ le groupe des bijections de G muni de la loi de composition des applications.

(2) Montrer que l'application $\varphi : g \mapsto \gamma_g$ est un homomorphisme de groupes de $(G, \cdot)$ dans $(\mathcal{B}(G), \circ)$.

(3) Montrer que l'application φ est injective. En déduire que l'ensemble $\{\gamma_g \,|\, g \in G\}$ est sous-groupe de $(\mathcal{B}(G), \circ)$ isomorphe à G.

Pour tout $g \in G$, on note δ_g l'application de G dans G définie par $\delta_g(h) = hg$ pour tous g et h dans G.

(4) Montrer que δ_g est une bijection et l'application $\psi : g \mapsto \delta_g$ est une injection de G dans $\mathcal{B}(G)$.

(5) Montrer que ψ est un homomorphisme de groupes si et seulement si G est un groupe abélien.

Exercice.2 Soit dans $\mathbb{R}[X]$, le polynôme $P_n(X) = a_n X^{n+1} + b_n X^n + 1$, $n \in \mathbb{N}^*$.

(1) Determiner les suites a_n et b_n pour que le polynôme P_n admette la racine double 1 (Réponse : $a_n = n$ et $b_n = -n-1$)

(2) Supposons que pour tout entier $n > 0$ le polynôme P_n admet 1 comme racine double. En calculant $P_{k+1} - P_k$ pour $k \geq 1$, determiner le quotient exacte Q_n de la division du polynôme P_n par le polynôme $(X-1)^2$.

Exercice 3. On pose
$$\mathbb{Z}[i] = \{a + ib \,|\, a,\, b \in \mathbb{Z}\}$$

(1) Montrer que $\mathbb{Z}[i]$ est un sous-anneau de $\mathbb{C}$.

(2) On note U l'ensemble des éléments inversibles dans $\mathbb{Z}[i]$ et pour tout $z \in \mathbb{Z}[i]$, on pose $N(z) = z\overline{z}$ où $\overline{z}$ est le conjugué de z. Soit $z \in \mathbb{Z}[i]$. Montrer que $z \in U$ si et seulement si $N(z) = 1$. Determiner l'ensemble U.

Un anneau A commutatif intègre d'élément neutre pour la multiplication noté 1 est dit anneau euclidien s'il existe une application $\varphi : A^* = A \setminus \{0\} \mapsto \mathbb{N}$ vérifiant :

$E_1)$ Pour tout $(a, b) \in A^* \times A^*$: $\varphi(ab) \geq \varphi(a)$

T.S V

E_2) Pour $a \in A$ et $b \in A^*$, ils existent q, $r \in A$: $a = bq + r$, avec $r = 0$ où $\varphi(r) < \varphi(b)$

1. Montrer

   (i) $\mathbb{Z}$ est un anneau euclidien avec $\varphi(a) = |a|$.

   (ii) $K[X]$ où K un corps commutatif, est un anneau euclidien avec $\varphi(P) = degP$, $(P \neq 0)$.

2. On considère l'application $\varphi : \mathbb{Z}[i] \mapsto \mathbb{N}$ définie par $\varphi(a) = N(a) = a\bar{a}$. Montrer que φ vérifie la condition E_1

3. Soient $(a,\, b) \in \mathbb{Z}[i] \times \mathbb{Z}[i]^*$. On écrit
   $\dfrac{a}{b} = \lambda + i\mu$ avec $\lambda \in \mathbb{Q}$ et $\mu \in \mathbb{Q}$.

   (i) Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on note $E(x)$ la partie entière de x. On pose $l = E(\lambda + \frac{1}{2})$ et $m = E(\mu + \frac{1}{2})$, montrer que $|\lambda - l| < \frac{1}{2}$ et que $|\mu - m| < \frac{1}{2}$. (Indication : Utiliser les inégalités $E(x) \leq x < E(x) + 1$) Pour tout $x \in \mathbb{R}$)

   (ii) On pose $q = l + im \in \mathbb{Z}[i]$ et $r = a - bq$. Montrer que $\varphi(r) = 0$ ou $\varphi(r) < \varphi(b)$. En déduire que l'anneau $\mathbb{Z}[i]$ est euclidien.

Université Chouaib Doukkali
Département de Mathématiques
Faculté des Sciences
El Jadida

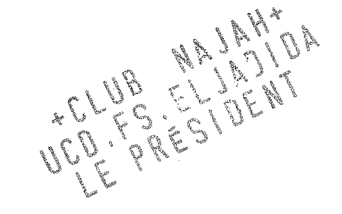
Année Universitaire : 2014/2015

Filiére SMIA1

EPREUVE D'ANALYSE I

Janvier 2015

(Durée : 1 heure 30mn)



IMPORTANT :

- Les documents ne sont pas autorisés.
- Les deux exercices sont indépendants. On peut traiter chaque question en admettant les résultats précèdents (du même exercice) s'ils sont nécessaires.

Question de cours

i) Ecrire l'énoncé du **théorème des accroissements finis**.

ii) En utilisant le théorème de Rolle, donner une preuve du **théorème des accroissements finis**.

Exercice 1

Soit $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ une fonction numérique dérivable sur $\mathbb{R}$ et vérifiant les deux conditions :

i) $f(0) = 0$

ii) pour tout $x > 0$, nous avons : $f(x) \geq x$.

1. Montrer que
$$f'(0) \geq 1$$
2. Soit $\delta \in \mathbb{R}$, $\delta > 0$. En utilisant le théorème des accroissements finis, montrer qu'il existe $c_\delta \in \mathbb{R}$, $0 < c_\delta < \delta$ tel que $f'(c_\delta) \geq 1$.
3. En déduire qu'il existe une suite de nombre réels $(u_n)_{n\geq 1}$ telle que :
$$\forall n \in \mathbb{N}^*, \quad u_n > 0, \quad \lim_{n\longrightarrow\infty}(u_n) = 0 \text{ et pour tout } n \geq 1, \quad f'(u_n) \geq 1.$$
4. Soit $h : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ une fonction numérique dérivable sur $\mathbb{R}$ et telle que
$$h(0) = 0 \quad \text{et} \quad h'(x) \geq 1, \quad \text{pour tout} \quad x > 0$$
a) Montrer que la fonction h vérifie la condition ii) ci-dessus.
b) **Application** : En déduire que pour tout $x > 0$, nous avons l'inégalité :
$$\exp x - 1 \geq x$$

Exercice 2

I/ 1. Pour tout entier $n \geq 1$, on pose :

$$u_n = \sum_{k=1}^{n} (\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1})$$

a) Simplifier l'expression de u_n.
b) Montrer que la suite (u_n) est convergente.

2. Soit α un nombre réel donné. On considère la suite (v_n) définie pour $n \in \mathbb{N}^*$ par :

$$v_n = \sum_{k=1}^{n} (\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}) \sin(k\alpha)$$

Montrer en utilisant le critère de Cauchy que la suite (v_n) est convergente.

II/ Soit α un nombre réel donné. On considère les fonctions numériques f définies sur l'intervalle $]0, 1]$ par les conditions suivantes :
i) $f(1) = 1$
ii) pour tout entier $k \geq 1$, nous avons :

$$\forall x \in]0, 1], \quad \frac{1}{k+1} < x \leq \frac{1}{k} \implies f(x) = x \sin(k\alpha) + C_k$$

où C_k est une constante réelle.

1. Montrer qu'il existe une seule fonction de ce type qui soit continue sur l'intervalle $]0, 1]$. On désignera par g cette fonction.
2. Déterminer les constantes C_1, C_2, C_3 et C_4 correspondant à la fonction g pour $\alpha = \frac{\pi}{4}$.
3. Montrer que la suite (w_n) définie pour $n \geq 1$ par $w_n = g(\frac{1}{n})$ est une suite convergente. (*Indication* : On pourra calculer $g(\frac{1}{n+1}) - g(\frac{1}{n})$ pour exprimer w_n en fonction de v_n.)
4. Soit l la limite de la suite (w_n). Montrer que la fonction g admet pour limite l lorsque x tend vers 0.

<u>Barême</u> : Question de cours : **4 pts** ; Exercice 1 : **7 pts** ; Exercice 2 : **10 pts**

Université Chouaib Doukkali
Faculté des sciences
Département Informatique

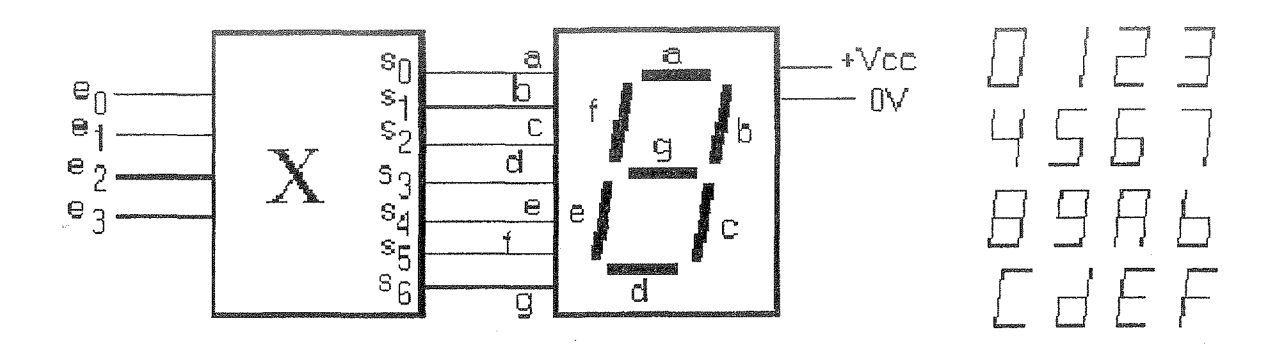
Examen INFO 2
2014-2015
Durée : 1h30
Documents non autorisés

Exercices : Conversion d'une base X à une base Y

$(1101)_2=(?)_{10}$ → 1 point
$(1A7)_{16}=(?)_{10}$ → 1 point
$(123)_6=(?)_{10}$ → 1 point
$(1ABC)_{16}=(?)_{10}$ → 1 point
$35 = (?)_3$ → 1 point
$(345B)_{16}=(?)_2$ → 1 point
$(345B)_{16}=(?)_2$ → 1 point

Problème : Afficheur 7 segments

→ 10 points



Trouver le schéma du composant X. Ses 4 entrées correspondent à la représentation binaire d'un chiffre entre 0 et 15. Il faut fournir en sortie les 7 signaux nécessaires à l'affichage du chiffre hexadécimal correspondant. On suppose qu'il faut un 0 pour allumer un segment, et un 1 pour l'éteindre.

Remarque1 : Il est impératif de donner toutes les étapes intermédiaires avant d'arriver au schéma final.

Remarque 2 : La présentation générale est notée sur 3 points

I. En coordonnées sphériques le vecteur position $\overrightarrow{OM}$ s'écrit sous la forme :

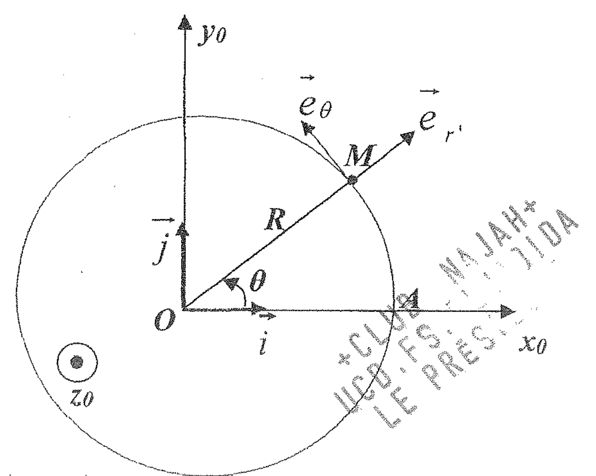
$$\overrightarrow{OM} = r\,\vec{e}_r(\theta,\varphi) = r\cos\varphi\sin\theta\,\vec{i} + r\sin\varphi\sin\theta\,\vec{j} + r\cos\theta\,\vec{k}$$

et le vecteur vitesse dans la base sphérique ($\vec{e}_r$, $\vec{e}_\theta$, $\vec{e}_\varphi$) s'écrit sous la forme :

$$\vec{V} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \frac{dr}{dt}\,(\cos\varphi\ \sin\theta\ \vec{i} + \sin\varphi\sin\theta\ \vec{j} + \cos\theta\ \vec{k})$$
$$+ r\,\frac{d\theta}{dt}(\cos\theta\ \cos\varphi\ \vec{i} + \cos\theta\ \sin\varphi\ \vec{j} - \sin\theta\ \vec{k}) + r\,\frac{d\varphi}{dt}\sin\theta\ (-\sin\varphi\ \vec{i} + \cos\varphi\vec{j})$$
$$= \dot{r}\,\vec{e}_r + r\,\dot{\theta}\,\vec{e}_\theta + r\,\dot{\varphi}\ \sin\theta\ \vec{e}_\varphi$$

Déterminer les composantes du vecteur accélération dans la base sphérique.

II. Dans le plan fixe $\mathbf{Ox_0y_0}$, un point matériel **M** de masse **m** décrit une trajectoire circulaire de centre **O** et de rayon **R** avec une accélération angulaire constante $\frac{d^2\theta}{dt^2} = a$, a étant une constante positive. Le point **M** est repéré à tout instant par ses coordonnées polaires (**r = R , θ**). Soit ($\vec{e}_r$, $\vec{e}_\theta$) la base associées à ces coordonnées polaires. A l'instant initial, **t = 0**, le point **M** est en **A** ($\mathbf{r_0 = R, \theta = 0}$) et a une vitesse nulle ($\mathbf{v_0 = 0}$)



1. A partir de l'expression du rayon vecteur $\overrightarrow{OM} = R\,\vec{e}_r$, calculer les expressions de la vitesse et de l'accélération instantanées de **M** en coordonnées polaires.

2. Calculer l'accélération normale de **M**. Montrer qu'il est proportionnelle à l'angle **θ**.

3. Calculer en fonction de **θ**, l'angle φ que fait à chaque instant le vecteur accélération avec le vecteur $\overrightarrow{OM}$ (*on déterminera* **tgφ**)

4. Calculer le travail effectué pendant un tour par la force $\vec{F}$ qui est à l'origine du mouvement.

III. On considère un objet *M* quasi-ponctuel, de masse **m**, mobile sans frottement, sur une circonférence *(C)* de centre *O* et de rayon *r*. La circonférence *(C)* est située dans le plan vertical ***xOy*** d'un référentiel Galiléen *ℛ(O,xyz)* de vecteurs unitaires $\vec{i},\vec{j},\vec{k}$. Avec $\vec{i}$ porté sur **Ox**, $\vec{j}$ porté sur **Oy et** $\vec{k}$ sur **Oz**.

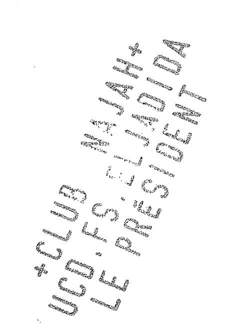
1. La circonférence *(C)* est fixe dans le plan ***xOy***, l'objet *M* est situé du côté extérieur de *(C)* et en pose α = angle $(Oy, \overrightarrow{OM})$.
En appliquant le principe fondamentale de la dynamique, Donner l'équation différentielle du mouvement de *M*.

2. La circonférence *(C)* est animée, autour d'une de ses tangentes verticales, d'un mouvement de rotation uniforme définie par sa vitesse angulaire *ω*. On assimile l'objet *M* à un anneau enfilé sur *(C)* et on désigne par l'angle *θ*, l'angle que fait ***OM*** avec ***Ox***.
Trouver l'équation différentielle du mouvement de *M*.

3. En appliquant le théorème du moment cinétique et le théorème de l'énergie cinétique ; retrouver les équations différentielles dans les deux cas précédents : (*circonférence fixe*) et (*circonférence en rotation*).

Université Chouaib Doukkali
Faculté des Sciences
Département de Mathématiques
Eljadida.

Année Universitaire : 2014/2015
Filière SMIA, S1
Module : Algèbre 1



Examen d'Algèbre 1 (Session normale)

Durée : 1h30mn

15/01/2015



Problème

Soient E et E' deux ensembles et $f \ : \ E \to E'$ une application.

I) Soit I un ensemble fini.

1) Montrer que pour toute famille $(A_i')_{i\in I}$ de parties de E' on a :

$$f^{-1}(\bigcup_{i\in I} A_i') = \bigcup_{i\in I} f^{-1}(A_i') \text{ et } f^{-1}(\bigcap_{i\in I} A_i') = \bigcap_{i\in I} f^{-1}(A_i').$$

2) Montrer que pour toute famile $(A_i)_{i\in I}$ de parties de E on a :

$$f(\bigcup_{i\in I} A_i) = \bigcup_{i\in I} f(A_i) \text{ et } f(\bigcap_{i\in I} A_i) \subset \bigcap_{i\in I} f(A_i).$$

3) Sous quelle condition sur f on a : pour toute famile $(A_i)_{i\in I}$ de parties de E

$$f(\bigcap_{i\in I} A_i) = \bigcap_{i\in I} f(A_i).$$

Justifier votre réponse.

II) Soient A une partie de E et B une partie de E'.

1) Etablir que : $A \subset f^{-1}(f(A))$. Sous quelle condition sur f on a l'égalité. Justifier votre réponse.

2) Etablir que : $f(f^{-1}(B)) \subset B$. Sous quelle condition sur f on a l'égalité. Justifier votre réponse.

III) Posons

$$S = \{X \subset E, f^{-1}(f(X)) = X\}.$$

1) Soit A une partie quelconque de E. Montrer que $f^{-1}(f(A))$ appartient à S

2) Montrer que toute intersection ou réunion d'éléments de S est un élément de S.

Exercice

1) Soit $a \in \mathbb{Z}$ et $b \in \mathbb{N}^*$. Montrer qu'il existe deux entiers $q,\ r \in \mathbb{Z}$ tels que

$$a = bq + r \text{ avec } 0 \leq r < b$$

et que q et r sont uniques.

2) Montrer que si $a, b \in \mathbb{N}^*$ et que $a = bq + r$ est la division euclidienne de a par b, alors

$$pgcd(a, b) = pgcd(b, r).$$

3) Calculer le pgcd de 9945 et 3003.

4) Déterminer deux entiers u et v vérifiant

$$9945u + 3003v = 39.$$

Bonne chance.

UNIVERSITE CHOUAIB DOUKKALI
FACULTE DES SCIENCES
EL JADIDA

ANNEE UNIVERSITAIRE// : 2014-2015

Nom :
Prénom :
Filière :
Numéro d'examen/ :

Examen de Langue Française
Semestre 1- session normale SVT/SMAI

POURQUOI FAIT-IL PLUS FROID EN ALTITUDE ALORS QU'ON SE RAPPROCHE DU SOLEIL ?

On pourrait croire en effet que plus on se rapproche du Soleil, plus il réchauffe l'air. Mais ce n'est pas si simple. Comme l'explique Sébastien Léas, de Météo-France, le lien entre température et altitude change dans les quatre couches de l'atmosphère : *"Chacune possède des températures différentes selon sa composition chimique et ses caractéristiques."*

Les 12 premiers kilomètres de l'atmosphère (la troposphère) sont chauffés par la chaleur de la Terre. **Or**, si l'air chaud s'élève, sa diffusion est contrée par un mécanisme plus **puissant** : la diminution de la pression atmosphérique avec l'altitude. **Cette** loi fondamentale de la thermodynamique veut **que** la température d'un gaz baisse avec sa pression. Ainsi fait-il – 42,5 °C au sommet de l'Everest, à 8 848 m !

Dans la stratosphère (entre 12 et 50 km d'altitude), la température augmente avec l'altitude : l'action des UV sur les molécules de dioxygène produit de l'ozone qui libère de la chaleur. En haut de la stratosphère, la température atteint 0 °C.

Dans la mésosphère (jusqu'à 80 km), pauvre en particules d'air, la température se remet à décroître avec l'altitude jusqu'à – 73 °C, en vertu du même principe thermodynamique que dans la troposphère.

Enfin, dans la thermosphère (jusqu'à 620 km), elle remonte en flèche, de 300 °C à 1 600 °C selon l'activité du Soleil. Cette hausse, dans une couche où l'air est très rare et la densité de matière faible, est due à l'absorption des UV de très courtes longueurs d'onde (entre 100 et 200 nm) par les molécules de dioxygène. Ce qui a pour effet d'agiter ces molécules et d'élever la température de cette couche.

I) Compréhension :

1) **De quel type de texte s'agit-il ? justifiez votre réponse.0.5pt**

....

....

2) **Relevez les différentes couches atmosphériques citées dans le texte et précisez leurs caractéristiques au niveau de la température ? 2pts**

....

....

....

....

3) **Quelle est l'épaisseur de chaque couche atmosphérique? 1pt**

....

....

....

....

4) Complétez la définition suivante par les mots appropriés : 1pt

- La météorologie est ……………………………… qui ……………………… …. les conditions ……………………………… à …………………… terme.

II) Langue et communication

1- **Transformez les phrases suivantes en nominalisant les mots soulignés : 1,5pt**

- Le Maroc a **inauguré** un nouveau musée consacré à l'art moderne et contemporain.
- ……
- Le gouvernement **coopère** avec les associations d'aide aux handicapés.
- ……
- Le ministre de la jeunesse et des sports a été **destitué** de son poste.

2- **Un étudiant parle avec son ami de ce qui lui est arrivé. Réécrivez les phrases en utilisant des pronoms personnels compléments : 2pts**

- Alors, tu as laissé ton cartable au laboratoire et tes clés étaient dans le cartable ?
- **Non, j'ai confié mes clés à SAID.**
- ……………………………………………………………
- Alors qui a perdu les clés ?
- **C'est Said ! et maintenant il dit qu'il ne trouve plus mes clés.**
- ………………………………………………………………………………
- Tu lui as demandé de bien chercher dans le labo ?
- **Oui, j'ai demandé à Said de bien chercher dans le labo. (2 pronoms)**
- ………………………………………………………………………………
- J'imagine que tu ne vas plus lui faire confiance ?
- **Vous pouvez être sûr de ça ! (1 pronom)**
- ………………………………………………

3- **Complétez le texte ci-dessous avec les pronoms relatifs appropriés : 2pts**

- C'était un homme ………… la vie n'avait pas était facile et chez ……….. les épreuves n'avaient pas laissé de traces visibles. Son visage …………… les traits étaient lisses, reflétait une expression de bonté ……….. ses interlocuteurs restaient surpris. Il ne manifestait pas d'impatience ni de colère, qualités ……….. le rendait apte à la fonction qu'il occupait. (…) «Dutilleux, disait-il, est un employé ………… on ne peut pas se passer »

D'après Marcel Aymé, Le passe –muraille.

4- **Quel est le temps dominant dans tout le texte ? déterminez sa valeur. 1pt**

- ……
……
……

5- **Reformulez le texte ci-dessous de sorte que toutes les phrases soient à la forme passive en effectuant les transformations nécessaires : 2.5pts**

- Hier dans la soirée, un groupe de cinq hommes a forcé une fenêtre du musée BELKAHIA vers 23H30. Ils ont volé trois tableaux de l'artiste marocain. On a pu identifier les voleurs. La police les a arrêtés ce matin. Le musée rouvrira ses portes lundi.
- ……
……
……

....

....

6- **Relevez du texte une phrase à la forme passive et transformez-la à la forme active : 1pt**

- Forme passive ....
  ....
- Forme active : ....
  ....

7- **Conjuguez les verbes entre parenthèses aux temps qui conviennent (le passé composé, l'imparfait ou le plus que parfait): 1,5pt**

Lorsque j'étais gamin, mon frère et moi on adorait le rugby. J' **(jouer)** .... au foot parce que ma mère **(vivre)** .... une mauvaise expérience avec mon père rugbyman. Elle nous **(rappeler)** .... toujours la blessure qu'il **(avoir)** .... au genou. Elle nous **(encourager)** .... à choisir un autre sport. Alors, c'est le foot que nous **(choisir)** ....

8- **Complétez les phrases suivantes avec les indicateurs temporels qui conviennent : 2pts**

- Je n'ai pas pris de congés .... deux ans.
- J'ai eu mon baccalauréat .... Cinq mois.
- Si tout marche comme je l'espère, j'aurai ma licence .... trois ans.
- J'ai vécu en Egypte .... Dix ans.

9- **Préciser la classe grammaticale des mots soulignés dans le texte en remplissant le tableau ci-dessous. 2pts**

	or	puissant	cette	que
Classe grammaticale				

Université Chouaib Doukkali
Faculté des Sciences
Département de Mathématiques
Eljadida.

Année Universitaire : 2014/2015
Filière SMIA, S1
Module : Algèbre 1
Responsable : Mohamed AMOUCH

Examen d'Algèbre 1 (Session de rattrapage)
Durée : 1h30mn
16/02/2015

Les etudiants sont informés que la présentation, la clareté et la précision des raisonnements mathématiques constitueront des éléments importants pour l'évaluation.

Problème

Partie I : Soient E un ensemble non vide et R une relation d'équivalence sur E. $\overline{a}$ désignera la classe d'équivalence de $a \in E$ et E/R l'ensemble quotient de E par la relation d'équivalence R.

1) Soient A_R et A'_R deux classes d'équivalences pour R. Montrer que

$$A_R \cap A'_R = \emptyset \text{ ou bien } A_R = A'_R.$$

2) Montrer que l'ensemble des classes d'équivalence pour R forment une partition de E. Réciproquement, montrer que toute partition P de E définit une unique relation d'équivalence R_P dont les classes d'équivalence sont les éléments de P.

Partie II : Soit $S \subset E$ un sous ensemble non vide de E. On dit que S est un ensemble saturé de E pour la relation R si pour tout a, $a' \in E$, on a :

$$a' \in S \text{ et } aRa' \Rightarrow a \in S.$$

1) Soit $x \in E$. Montrer que $\overline{x}$ est un ensemble saturé de E pour la relation R.

2) Montrer qu'un sous ensemble $S \subset E$ de E est saturé de E pour la relation R si et seulement si S est une réunion de classes d'équivalences.

Partie III : Soit $F \subset E$ un sous ensemble non vide de E. On appel le saturé de F pour la relation R, le sous ensemble $\overline{F} = \bigcup_{b \in F} \overline{b}$.

1) Montrer que $\overline{F}$ est aussi un sous ensemble saturé de E pour la relation R.

2) Montrer que $\overline{F}$ est le plus petit sous ensemble saturé de E pour la relation R contenant F.

4) Montrer que :

$$F = \overline{F} \Leftrightarrow F \text{ est un sous ensemble saturé de } E \text{ pour la relation } R.$$

Application :

On considère $E = \mathbb{N}$ l'ensemble des entiers positifs. Soient $k, m, n \in \mathbb{N}$ et R_k la relation définie sur $\mathbb{N}$ par :

$$mR_kn \Leftrightarrow |m - n| \text{ est un multiple de } k \text{ dans } \mathbb{N}.$$

1) Montrer que R_k est une relation d'équivalence pour tout $k \in \mathbb{N}$.
2) Déterminer les ensembles quotient $\mathbb{N}/R_0$, $\mathbb{N}/R_1$ et $\mathbb{N}/R_2$ de $\mathbb{N}$ par les relations d'équivalence R_0, R_1 et R_2 respectivement.
3) Déterminer les sous ensembles saturés pour chacune des relations R_0, R_1 et R_2.

Bonne chance.

Université Chouaib Doukkali
Département de Mathématiques
Faculté des Sciences
El Jadida

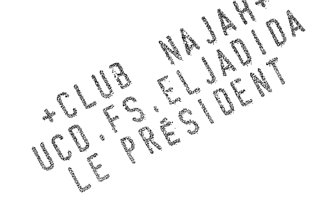
Année Universitaire : 2014/2015

Filière SMIA1

EPREUVE D'ANALYSE I

Février 2015

(Durée : 1 heure 30mn)



IMPORTANT :
Les trois exercices sont indépendants. On peut traiter chaque question en admettant les résultats précèdents (du même exercice) s'ils sont nécessaires.

Question de cours
Soient I et J deux intervalles ouverts de $\mathbb{R}$. Soient $f : I \longrightarrow \mathbb{R}$ et $g : J \longrightarrow \mathbb{R}$ telles que $f(I) \subset J$. On suppose que f est continue sur I et que g est continue sur J.
Montrer que la fonction composée gof est continue sur l'intervalle I.

Exercice 1. Considèrons la suite numérique (x_n) définie par :

$$x_1 = 1 \quad \text{et} \quad x_{n+1} = \sqrt{12 + x_n} \quad \text{pour tout } n \geq 1$$

a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, nous avons : $0 < x_n < 4$.

b) Montrer que la suite (y_n) définie par $y_n = 4 - x_n$ vérifie la propriété :

$$0 < y_{n+1} < \frac{y_n}{4}, \quad \text{pour tout } n \geq 1$$

c) Montrer que la suite (y_n) est convergente et déterminer la valeur de sa limite.

d) En déduire que la suite (x_n) est convergente et calculer sa limite $l = lim(x_n)$.

e) Montrer que l est l'unique solution de l'équation : $x = \sqrt{12 + x}$

Exercice 2. Soient f et g deux fonctions numériques définies sur $[0, 1]$, continuement dérivables sur $[0, 1]$ et admettant des dérivés secondes sur l'intervalle $]0, 1[$ telles que :
i) $f(0) = g(0)$ et $f(1) = g(1)$.
ii) pour tout $x \in]0, 1[$, nous avons : $f''(x) \leq g''(x)$ (f'' et g'' étant les dérivées secondes respectives des fonctions f et g).
On définit la fonction h sur $[0, 1]$ en posant pour tout $x \in [0, 1]$, $h(x) = g(x) - f(x)$.

1. Montrer que h', la fonction dérivée de h, est croissante sur $[0, 1]$.
2. Montrer qu'il existe $\alpha \in]0, 1[$ tel que $h'(\alpha) = 0$.
3. Montrer que pour tout $x \in [0, 1]$, nous avons : $g(x) \leq f(x)$.

Exercice 3. Soit $\alpha > 1$ un nombre réel fixé.

1. En appliquant le **théorème des accroissements finis** à la fonction $x \longrightarrow x^{1-\alpha}$, montrer que pour tout $x > 0$, on a :

$$\frac{\alpha - 1}{(x+1)^{\alpha}} \leq \frac{1}{x^{\alpha-1}} - \frac{1}{(x+1)^{\alpha-1}}$$

2. On considère la suite numérique $(v_n(\alpha))_{n\geq 1}$ définie pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ par :

$$v_n(\alpha) = 1 + \frac{1}{2^{\alpha}} + \ldots\ldots + \frac{1}{n^{\alpha}} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k^{\alpha}}$$

   En remplaçant x par $1, 2, 3, \ldots, n-1$ dans l'inégalité précédente et en faisant la somme des inégalités obtenues, montrer que la suite $(v_n(\alpha))$ est convergente.

Barême : Question de cours : **3 pts** ; Exercice 1 : **7 pts** ; Exercice 2 : **6 pts** ; Exercice 3 : **5 pts**.

Université Chouaïb Doukkali
Faculté des Sciences
Département de Mathématiques

Année Universitaire : 2014/2015
Filière : SMIA
Module : Algèbre 2

Examen du premier semestre
Session de rattrapage
Epreuve d'algèbre 2
Durée : 1h 30mn

Exercice 1. Soit $(A, +, \cdot)$ un anneau commutatif. On pose

$$B = \{x \in A / \ x^2 = x\}$$

1. Montrer que si $x \in B$, alors $1 - x \in B$ et $(1 - 2x)^2 = 1$, en déduire que $1 - 2x$ est inversible dans A d'inverse $(1 - 2x)^{-1} = 1 - 2x$
2. On définit dans B la loi $\star$ par

$$x \star y = x + y - 2xy$$

Montrer que $\star$ définit est une loi de composition interne dans B (c'est à dire $x \star y \in B$).

3. Montrer que $(B, \star, \cdot)$ est un anneau commutatif

Exercice 2. Soit, dans $\mathbb{C}[X]$, le polynôme

$$P(X) = X^7 - 3X^6 + 4X^4 - 4X^3 + 3X - 1$$

1. Montrer que $P(X)$ est divisible par $(X + 1)^2(X - 1)$
2. Determiner le polynôme quotient $Q(X)$ de la division de $P(X)$ par $(X + 1)^2(X - 1)$
3. Montrer que si α est une racine de $Q(X)$, alors $\alpha \neq 0$ et $\dfrac{1}{\alpha}$ est également racine de $Q(X)$
4. Soit $\alpha \in \mathbb{C}$. On pose $u = \alpha + \dfrac{1}{\alpha}$ vérifier que

$$Q(\alpha) = \alpha^2(u^2 - 4u + 3)$$

5. En déduire que α est racine de $Q(X)$ si et seulement si

$$u^2 - 4u + 3 = 0$$

6. Trouver toutes les racines de $P(X)$ et décomposer $P(X)$ dans $\mathbb{C}[X]$ puis dans $\mathbb{R}[X]$.

T.S.V

Exercice 2. Soient les polynômes

$$\begin{aligned} A &= X^4 - X + a \\ B &= X^2 - aX + 1 \end{aligned}$$

où $a \in \mathbb{R}$.

1. Déterminer le polynôme R le reste de la division euclidienne de A par B
2. Montrer que B divise A si et seulement si

$$a = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \quad \text{ou} \quad a = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$$

3. Supposons $R \neq 0$. Montrer que toute racine commune de A et B est racine commune de B et R. En déduire que cette racine existe si et seulement si $a = -2$.
4. Déduire des questions (2) et (3) les valeurs de a pour lesquelles las polynômes A et B admettent une racine commune.



UNIVERSITE CHOUAIB DOUKKALI
FACULTE DES SCIENCES
EL JADIDA

ANNEE UNIVERSITAIRE 2014-2015

NOM : ....
PRENOM : ....
FILIERE : ....N° D'EXAMEN : ....

EXAMEN DE LANGUE FRANÇAISE SEMESTRE 1 – SESSION DE RATTRAPAGE

POURQUOI CRIE-T-ON QUAND ON A MAL ?

Les scientifiques ne le savent pas précisément, mais ils avancent pourtant trois grandes hypothèses... peut-être complémentaires : le cri de douleur servirait à prévenir qu'on est menacé afin qu'il nous soit porté secours ; à se défendre, en effrayant et faisant fuir l'agresseur, ou en lui signifiant d'arrêter son geste, et/ou, enfin, à **soulager la douleur.**

Concernant la théorie du cri comme moyen de communication, en 2003, une équipe canadienne menée par Michael Sullivan a montré sur 64 volontaires que les cris sont plus longs lorsqu'ils sont émis en présence d'autres personnes ; ce qui **soutient l'idée** que la vocalisation de la douleur a pour but d'attirer l'attention afin de se faire aider.

En revanche, l'hypothèse selon laquelle le cri soulagerait la douleur suppose que crier déclencherait, via des mécanismes encore inconnus, la libération de substances neuronales calmantes (enképhalines, endorphines...).

De manière générale, crier est une réponse de protection réflexe à la douleur, au même titre que le retrait de la main quand on se brûle. Mais, “contrairement au réflexe de retrait, le cri est émis lors des douleurs perçues comme fortes, rarement lors de douleurs faibles”, précise Radhouane Dallel, chercheur en neurobiologie de la douleur à Clermont-Ferrand.

Science et vie, Archives.

I) Compréhension :

1) De quel type de texte s'agit-il ? justifiez votre réponse. 0.5pt

....

....

2) **Relevez du texte trois verbes par lesquels l'auteur présente les raisons qui nous pousseraient à crier quand on a mal ? 1,5pt**

....

....

3) **Pourquoi les cris sont-ils plus longs quand on n'est pas seul ? 1pt**

....

....

4) **Que veut dire l'auteur par : 1pt**
   - **Soulager la douleur :** ....
   - **Soutient l'idée :** ....

II) Langue et communication

1) **Quel est le spécialiste des disciplines suivantes : 2pts**
   - **Chimie :** .... - **Physique :** ....
   - **Algèbre :** .... - **Astrologie :** ....

2) **Réécrivez les phrases suivantes en nominalisant les mots soulignés et en effectuant les transformations nécessaires: 1.5pt**
   - Mc Donald a ouvert un restaurant à EL Jadida.
   - ....
   - L'entraineur du DHJ a démissionné de son poste.
   - ....

- La Côte d'Ivoire a vaincu l'Algérie au quart de la finale de la CAN 2015.
- ....

3) Remplacez le mot souligné par le pronom personnel complément approprié : 2pts

- **Exemple : je préviens mon assureur des dégâts occasionnés.**
- **Je le préviens des dégâts occasionnés.**
- Vous avez envoyé la déclaration de perte ?
- ....
- Vous avez envoyé la déclaration à votre avocat. (Deux pronoms)
- ....
- Il n'a pas dit à ses parents qu'il avait eu un accident !
- ....
- Je n'ai aucun souvenir de cet accident !
- ....

4) Complétez les phrases suivantes avec :

c'est ce qui, c'est ce à quoi, c'est ce dont, c'est ce que : 2pts

- La réussite, ... m'intéresse le plus.
- Faire le tour du monde, ... je rêve particulièrement.
- Obtenir son diplôme, ... il pense tout le temps.
- Valider le module transversal, ... je souhaite.

5) Transformez ces phrases à la forme passive ou active : 1.5pt

- On a détruit la vieille médina.
- ....
- Louis pasteur a découvert la vaccination.
- ....
- Le coiffeur a coupé les cheveux d'Ahmed. **(utiliser l'expression se faire +infinitif)**
- ....

....

6) Quels sont les modes utilisés dans le 2ème et le 3ème paragraphe ? justifiez leurs emplois : 2pts

- **2ème paragraphe :**

....

....

- **3ème paragraphe :**

....

....

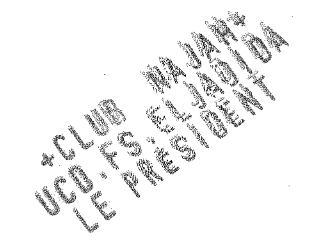
7) Ecrivez correctement le participe passé dans ce texte. Attention à l'accord : 2,5pts

- Ahmed et Samir se sont **(inscrire)** .... à un concours de cuisine marocaine. Ils ont **(réaliser)** .... un menu complet eux même. Avant tout, ils se sont **(laver)** .... les mains. Un grand chef les a **(guider)** .... pour préparer le repas. Les plats qu'ils ont **(préparer)** .... étaient délicieux.

8) Complétez les phrases suivantes par les indicateurs temporels appropriés : 2,5pts

- **Un père arrive en courant à l'hôpital pour voir son fils qui vient d'avoir un accident. L'infirmière lui donne des explications : «** Ton fils est arrivé .... une heure ; il est dans la salle d'opération .... une demi-heure ; les médecins auront terminés .... une heure mais le patient restera dans la salle de réanimation .... il reprenne conscience ; il restera hospitalisé .... une semaine. »

Université Chouaib Doukkali
Faculté des sciences
Département Informatique



Examen INFO 2
Session de rattrapage
2014-2015
Durée 1h30
Documents non autorisés

L'alimentation et les quarante voyants

Un afficheur alphanumérique hexadécimal est réalisé par une matrice de 8*5 diodes électroluminescentes repérées de D11 à D85 (Dij tel que i = ligne et j = colonne).

Diode D_{12} allumée
Diode D_{15} éteinte
Diode D_{11} éteinte
Diode D_{85} éteinte
Diode D_{84} allumée

La commande de cette afficheur est effectuée par 5 informations d'entrées (a, b, c, d et e) permettant de coder l'affichage du caractère hexadécimal de la façon suivante :

a	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
b	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
c	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
d	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
e	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
affichage	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F

Travail demandé

1. Compléter le pseudo tableau de Karnaugh ci-dessous associé aux caractères 0, 1, 2, …

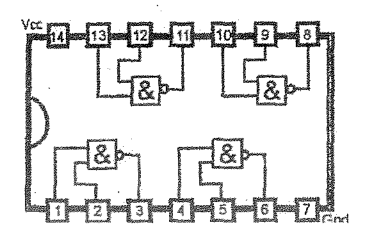
de \ abc	000	001	011	010	110	111	101	100
00		4						
01				9				
11			F					
10								

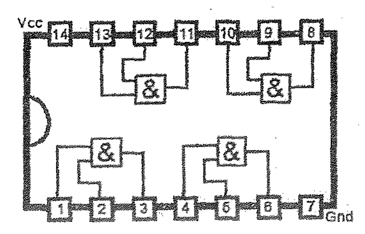
1. Déterminer l'expression de la fonction erreur X (X est une fonction binaire des 5 variables a, b, c, d et e avec X=1 lorsque la combinaison d'entrée ne correspond pas à un des seize chiffres affichables).
2. Câbler la fonction X à l'aide uniquement des composants électroniques définis ci-dessous.

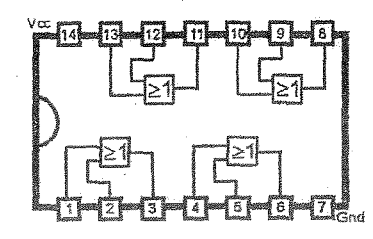
Boitier 1
4 portes NAND 2 entrées

Boitier 2
4 portes AND 2 entrées

Boitier 3
4 portes OR 2 entrées







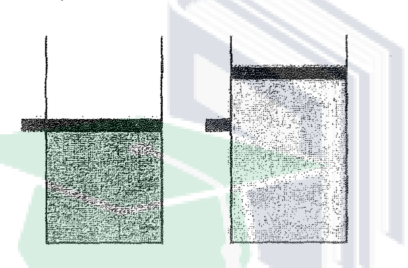
Université Chouaib Doukkali
Faculté des Sciences
Département de Physique
El Jadida

Année universitaire 2014/2015

EXAMEN DE RATTRAPAGE DE THERMODYNAMIQUE
FILIERE SMAI1, Durée : 1H30

PROBLEME 1

Un gaz parfait, de coefficient **γ**, est contenu dans un cylindre muni d'un piston, l'ensemble étant calorifugé. La pression extérieure est P_0. Dans l'état initial, le piston est bloqué et le gaz est comprimé sous la pression $P_1 > P_0$, occupant le volume V_1 à la température T_1.
On libère le piston et on laisse le système atteindre un nouvel état d'équilibre.
On pose $x = P_0/P_1$.
1. Exprimer la température T_2 du gaz à l'équilibre, en fonction de γ, **x** et T_1.
2. Comparer T_2 à T_1.
3. Exprimer le volume V_2 du gaz à l'équilibre, en fonction de γ, **x** et V_1.



PROBLEME 2 : Cycle d'Ericsson

On considère un cycle parcouru par n moles d'un gaz parfait se décomposant en quatre transformations réversibles :
1– Une compression isotherme de l'´etat **A** ($P_A = P_1$, V_A, $T_A = T_1$) vers l´état **B** ($P_B = P_2$, V_B, T_B).
2– Un échaudement isobare de l´état **B** vers l'´etat **C** (P_C, V_C, $T_C = T_2$).
3– Une détente isotherme de l'´etat **C** vers l'´etat **D**.
4– Un refroidissement isobare de l'´etat **D** vers l'´etat **A**.
On donne les valeurs suivantes : **R** = 8, 314 $J.K^{-1}.mol^{-1}$, **γ** = 1, 4, V_A = 50 ℓ, P_1 = 1 bar, P_2 = 5 bar, T_2 = 1200 K et **n** = 2 moles.
1/ Représenter ce cycle sur un diagramme de Clapeyron.
2/ Déterminer les valeurs numériques de T_1 et du volume pour chacun des états B, C et D.
3/ Calculer les expressions des travaux et quantités de chaleur reçus par le système au cours des 4 transformations. On exprimera les résultats en fonction de $x = P_2/P_1$, T_2, T_1, n, R, et γ.
4/ Donner la valeur numérique du travail total et de la quantité de chaleur totale reçus par le système au cours du cycle.
5/ Pensez-vous que l'on pourrait utiliser cette machine thermique comme réfrigérateur, comme pompe à chaleur ou comme moteur thermique ?
6/ Définir puis calculer le rendement de cette machine.
7/ Definir et calculer le rendement d'une machine de Carnot réversible fonctionnant entre deux sources de températures respectives T_1 et T_2.
8/ Comparer ce rendement à celui de la machine d'Ericsson. Discuter.

Université Chouaïb Doukkali
Faculté des Sciences d'El Jadida
Département de Mathématiques

Année Universitaire 2013/14
Filière : SMIA, **Semestre** : 1
Module : ALGÈBRE 1

Epreuve d'algèbre

Session normale

(Durée : 03H00)

Exercice 1. Soient G un groupe, H et K deux sous-groupes de G.
On pose $HK = \{hk; h \in H \text{ et } k \in K\}$.
Sur $H \times K$, on considère la relation binaire $\mathcal{R}$ définie par

$$\forall (h,k), (h',k') \in H \times K, \quad (h,k)\mathcal{R}(h',k') \Longleftrightarrow hk = h'k'$$

Pour $h \in H$ et $k \in K$, on pose : $X_{h,k} = \{(h',k') \in H \times K; h'k' = hk\}$.

1°) a) Montrer que $\mathcal{R}$ est une relation d'équivalence sur $H \times K$.
b) Vérifier que $X_{h,k}$ est la classe d'équivalence de (h,k) modulo $\mathcal{R}$.

2°) (i) Vérifier que la correspondance suivante

$$\begin{array}{rccc} \psi: & H \cap K & \longrightarrow & X_{h,k} \\ & g & \longmapsto & (hg, g^{-1}k) \end{array}$$

définit bien une application.
(ii) Montrer que ψ est bijective ; expliciter ψ^{-1}.
(iii) En déduire que, si <u>G est fini</u>, on a :

$$\text{Card}\, X_{h,k} = \text{Card}\,(H \cap K)$$

pour tout $h \in H$ et tout $k \in K$.

3°) Soit

$$\begin{array}{rccc} f: & H \times K & \longrightarrow & HK \\ & (h,k) & \longmapsto & hk \end{array}$$

a) Montrer que f est une application surjective.
b) Montrer qu'il existe une et une seule application $\overline{f} : (H \times K)/\mathcal{R} \longrightarrow HK$ telle que $\overline{f} \circ j_{\mathcal{R}} = f$, où $j_{\mathcal{R}}$ est la surjection canonique de $H \times K$ sur $(H \times K)/\mathcal{R}$.
c) En déduire que $(H \times K)/\mathcal{R}$ et HK sont équipotents.

4°) On suppose que G est fini. Démontrer que l'on a :

$$\text{Card}\,(HK) = \frac{\text{Card}\, H . \text{Card}\, K}{\text{Card}\,(H \cap K)}$$

VEUILLEZ TOURNER LA PAGE SVP !

Exercice 2. Soit $(\mathrm{A}, +, \cdot)$ un anneau commutatif.

I. Un <u>idéal</u> de A est une partie I de A qui vérifie les conditions suivantes :
- $(I, +)$ est un sous-groupe de $(\mathrm{A}, +)$
- $\forall a \in \mathrm{A}, \forall x \in I,\ ax \in I$.

1°) Montrer que $I \subseteq \mathrm{A}$ est un idéal de A si et seulement si on a :
(i) $I \neq \emptyset$.
(ii) $\forall (x, y) \in I^2,\ x + y \in I$.
(iii) $\forall a \in \mathrm{A}, \forall x \in I,\ ax \in I$.

2°) Déterminer les idéaux de l'anneau $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$.

3°) Montrer que, $\forall b \in \mathrm{A}$, l'ensemble $b\mathrm{A} = \{ba; a \in \mathrm{A}\}$ est un idéal de A.

II. Pour toute partie S de A, on pose : $J(S) = \{a \in \mathrm{A}; \forall x \in S, xa = 0\}$.

1°) Montrer que $J(S)$ est un idéal de A.

2°) Soit $x_0 \in \mathrm{A}$ tel que $x_0^2 = x_0$. On pose $I = x_0\mathrm{A}$ et $J = J(\{x_0\})$.
Montrer que :
(i) $I \cap J = \{0\}$.
(ii) Tout élément de A est la somme d'un élément de I et d'un élément de J.
(iii) La décomposition décrite dans (ii) est unique.

3°) On prend $\mathrm{A} = \mathbb{Z}/15\mathbb{Z}$ et $x_0 = \overline{6}$.
(a) Montrer que $x_0^2 = x_0$. ; expliciter I et J dans ce cas.
(b) Montrer <u>à la main</u> que $\mathrm{A} = I + J$.

Exercice 3.

1°) Soit $A(X) = a_nX^n + a_{n-1}X^{n-1} + \cdots + a_1X + a_0 \in \mathbb{Z}[X]$.

i) Montrer que si $x \in \mathbb{Z}$ est une racine de A, alors $a - x$ divise $A(a)$ pout tout $a \in \mathbb{Z}$.

ii) En déduire que si $x \in \mathbb{Z}$ est une racine de A, alors x divise a_0.

2°) On considère le polynôme $P(X) = 2X^4 - 5X^3 + 4X^2 - 5X + 2$ dans $\mathbb{C}[X]$.

a) Montrer que si $\alpha \in \mathbb{C}$ est une racine de P, alors $\alpha \neq 0$ et $\dfrac{1}{\alpha}$ est aussi une racine de P.

b) Montrer que P possède une racine <u>entière</u> (i.e. dans $\mathbb{Z}$) que l'on déterminera.

c) Factoriser P dans $\mathbb{R}[X]$ et dans $\mathbb{C}[X]$.

****

Université Chouaïb Doukkali
Faculté des Sciences d'El Jadida
Département de Mathématiques

Année Universitaire 2011/12
Filière : SMIA, **Semestre :** 1
Module : ALGÈBRE 1

Examen d'algèbre

(Durée : 3H00)

Exercice 1. Dans tout l'exercice, $(G, +)$ est un groupe abélien. Si $A \subseteq G$, on pose : $-A = \{x \in G; \exists a \in A, x = -a\} = \{-a; a \in A\}$

Définition. Si $\leq$ est une relation d'ordre dans G, on dira que $(G, +, \leq)$ est un **groupe ordonné** s'il vérifie : $\forall a, x, y \in G, \quad x \leq y \Longrightarrow a + x \leq a + y$.

1. (a) $(\mathbb{R}, +, \leq)$ est-il un groupe ordonné ?
   (b) $(\mathbb{R}^*, \times, \leq)$ est-il un groupe ordonné ?
2. Montrer que si $(G, +, \leq)$ est un groupe ordonné, alors : $\forall x, y, x', y' \in G$,
   (i) $(x \leq y$ et $x' \leq y') \Longrightarrow x + x' \leq y + y'$.
   (ii) $x \leq y \Longrightarrow -y \leq -x$.
3. Soit $(G, +, \leq)$ un groupe ordonné. On note $G^+ = \{x \in G; 0 \leq x\}$, $G^+_* = G^+ \setminus \{0\} = \{x \in G^+; x \neq 0\}$ et $G^- = -G^+$.
   Montrer que :
   (a) G^+ est stable dans $(G, +)$.
   (b) $G^+ \cap G^- = \{0\}$.
   (c) L'ordre $\leq$ est total si et seulement si $G^+ \cup G^- = G$.
4. Réciproquement, soit $(G, +)$ un groupe et soit P une partie stable de G telle que $P \cap (-P) = \{0\}$.
   (i) Montrer que la relation $\mathcal{R}$ définie dans G par $(x\mathcal{R}y \Longleftrightarrow y - x \in P)$ est une relation d'ordre.
   (ii) Montrer que $(G, +, \mathcal{R})$ est un groupe ordonné.
   (iii) A quelle condition, ce groupe est-il totalement ordonné ?

Exercice 2. On munit l'ensemble $\mathrm{A} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ de deux lois de composition interne en posant :

$$(x, y) + (x', y') = (x + x', y + y') \quad \text{et} \quad (x, y) \cdot (x', y') = (xx', xy' + yx').$$

1. Montrer que $(\mathrm{A}, +, \cdot)$ est un anneau commutatif.
2. (a) Montrer que $X = \{(x, 0); x \in \mathbb{R}\}$ est un sous-anneau de A.
   (b) Montrer que l'application $x \in \mathbb{R} \longmapsto (x, 0) \in X$ est un isomoro-phisme de l'anneau $\mathbb{R}$ sur l'anneau X.

   On identifie alors $\mathbb{R}$ à X en posant $x = (x, 0)$.

3. On note ε l'élément $(0,1)$ de A.
   (i) Montrer que tout élément $a \in \mathrm{A}$ s'écrit d'une manière unique sous la forme $a = x + y\varepsilon$, avec $x, y \in \mathbb{R}$.
   (ii) Pour tout $n \geq 1$, calculer ε^n, puis a^n en fonction de x et y.

   Soit M l'ensemble des éléments $(0, y)$ de A où $y \in \mathbb{R}$.
4. Montrer que M est un *idéal* de l'anneau A :
   (i) M est un sous-groupe de $(\mathrm{A}, +)$.
   (ii) $\forall a \in \mathrm{A}, \forall m \in M, \quad am \in M$.
5. Prouver que le complémentaire $\complement_{\mathrm{A}}^{M}$ de M dans A est l'ensemble des éléments inversibles de l'anneau A : $\complement_{\mathrm{A}}^{M} = U(\mathrm{A})$.
6. Montrer que l'application $y \in \mathbb{R} \longmapsto 1 + y\varepsilon \in \mathrm{A}$ est un morphisme injectif du groupe additif $\mathbb{R}$ dans le groupe multiplicatif $U(\mathrm{A}) = \complement_{\mathrm{A}}^{M}$.

Exercice 3. Soit $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$. Trouver l'ordre de multiplicité de la racine 1 du polynôme de $\mathbb{R}[X]$:

$$P(X) = X^{2n} - nX^{n+1} + nX^{n-1} - 1$$

****

Université Chouaïb Doukkali
Faculté des Sciences d'El Jadida
Département de Mathématiques

Année Universitaire 2012/13
Filière : SMIA, **Semestre :** 1
Module : ALGÈBRE 1

Examen d'algèbre

-Session de rattrapage-

(Durée : 03H00)

Exercice 1. Soit $(E, \leq)$ un ensemble ordonné muni d'une loi de composition interne $*$ vérifiant :

$$\forall (a,b,x) \in E^3, \quad \begin{array}{l} \text{(i) } a * b \leq a. \\ \text{(ii) } a * b \leq b. \\ \text{(iii) } (x \leq a \text{ et } x \leq b) \Longrightarrow x \leq a * b. \end{array}$$

Montrer que :

1. $*$ est commutative.
2. Tout élément a de E est *idempotent* : $a * a = a$.
3. $\forall (a,b,c) \in E^3, (a \leq b \Longrightarrow a * c \leq b * c)$.
4. $\forall (a,b,c,d) \in E^4, \quad \left.\begin{array}{l} a \leq b \\ c \leq d \end{array}\right\} \Longrightarrow a * c \leq b * d.$
5. $*$ est associative.

Exercice 2. Soit $(G, \cdot)$ un groupe tel que l'application

$$f : \begin{array}{ccc} G & \longrightarrow & G \\ x & \longmapsto & x^3 \end{array}$$

soit *un endomorphisme surjectif* du groupe G. On se propose de montrer que le groupe G est alors *abélien*.

Soit $(x, y) \in G^2$.

1. En considérant $z \in G$ tel que $f(z) = y$, montrer que :
   (a) $(xzx^{-1})^3 = xyx^{-1}$.
   (b) $(xzx^{-1})^3 = x^3yx^{-3}$.
2. En déduire que $yx^2 = x^2y$.
3. Vérifier que $x(yx)^2y = x^3y^3$.
4. En déduire que $(yx)^2 = y^2x^2$.
5. Montrer que $xy = yx$.

Exercice 3. I. Soit $(\mathrm{A}, +, \cdot)$ un anneau commutatif. Une partie I de A est dite **un idéal** de A si elle vérifie :

(i) $(I, +)$ est un sous-groupe de $(\mathrm{A}, +)$

(ii) $\forall a \in \mathrm{A}, \forall x \in I$, $ax \in I$.

1. Montrer que $I \subseteq \mathrm{A}$ est un idéal de A si et seulement si on a :
   (i) $I \neq \emptyset$.
   (ii) $\forall (x, y) \in I^2$, $x + y \in I$.
   (iii) $\forall a \in \mathrm{A}, \forall x \in I$, $ax \in I$.
2. Déterminer les idéaux de l'anneau $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$.
3. Montrer que, $\forall b \in \mathrm{A}$, l'ensemble $b\mathrm{A} = \{ba; a \in \mathrm{A}\}$ est un idéal de A.

II. Soient $\mathbb{K}$ un corps commutatif, A un sous-anneau de $\mathbb{K}$ et S une partie de A contenant 1, ne contenant pas 0 et stable pour la multiplication. Pour toute partie B de $\mathbb{K}$, on note B_S l'ensemble $B_S = \{s^{-1}b; s \in S \text{ et } b \in B\}$.

1. Montrer que A_S est un sous-anneau de $\mathbb{K}$, contenant A.
2. Soit I un idéal de A. Montrer que :
   (a) I_S est un idéal de A_S.
   (b) $I_S \cap \mathrm{A}$ est un idéal de A.
   (c) $I_S = (I_S \cap A)_S$.
3. Soit J un idéal de A_S.
   (a) Montrer que $J \subseteq (J \cap \mathrm{A})_S$ et que $J_S = J$.
   (b) En déduire que $J = (J \cap \mathrm{A})_S$.
4. Déduire de ce qui précède que J est un idéal de A_S si et seulement si $J = I_S$, avec I un idéal de A.

****

Université Chouaïb Doukkali
Faculté des Sciences d'El Jadida
Département de Mathématiques

Année Universitaire 2011/12
Filière : SMIA, **Semestre :** 1
Module : ALGÈBRE 1

Examen d'algèbre

-Session de rattrapage-

(Durée : 03H00)

Exercice 1. Soit $n \in \mathbb{N}^*$; on désigne par $\mathcal{S}_n$ le groupe symétrique de degré n, c'est-à-dire le groupe des permutations de l'ensemble $E = \{1, \ldots, n\}$.

On pose $e = \mathrm{id}_E$ l'élément neutre du groupe $\mathcal{S}_n$.

Soit $\sigma \in \mathcal{S}_n$; on appelle **support** de σ l'ensemble

$$\operatorname{supp} \sigma = \{i \in E; \sigma(i) \neq i\}$$

1. Soit $\sigma \in \mathcal{S}_n$, $\sigma \neq e$. Montrer que la restriction de σ à $\operatorname{supp} \sigma$ est une permutation de $\operatorname{supp} \sigma$.
2. Montrer que, pour tout $\sigma \in \mathcal{S}_n$, on a :
   (i) $\operatorname{supp} \sigma^{-1} = \operatorname{supp} \sigma$.
   (ii) $\forall k \in \mathbb{Z}$, $\operatorname{supp} \sigma^k \subseteq \operatorname{supp} \sigma$.
3. Soit $(\sigma_1, \sigma_2) \in \mathcal{S}_n^2$. Montrer que

$$\operatorname{supp} \sigma_1 \cap \operatorname{supp} \sigma_2 = \emptyset \Longrightarrow \sigma_1\sigma_2 = \sigma_2\sigma_1.$$

Pour tout $\sigma \in \mathcal{S}_n$, on considère la relation binaire $\mathcal{R}_\sigma$ définie sur E par :

$$i\mathcal{R}_\sigma j \Longleftrightarrow \exists r \in \mathbb{Z}; \sigma^r(i) = j$$

4. Vérifier que $\mathcal{R}_\sigma$ est une relation d'équivalence sur E.

   Pour tout $i \in E$, on note $\theta_\sigma(i)$ la classe d'équivalence de i modulo $\mathcal{R}_\sigma$.
5. Vérifier que, $\forall i \in E$, $\theta_\sigma(i) = \{\sigma^r(i); r \in \mathbb{Z}\}$.

Exercice 2. On note $\mathbb{Z}[i\sqrt{5}] = \{x + i\sqrt{5}\}; x, y \in \mathbb{N}\}$.

1. (a) Montrer que $\mathbb{Z}[i\sqrt{5}]$ est un sous-anneau de $\mathbb{C}$.
   (b) Vérifier que $\mathbb{Z}[i\sqrt{5}]$ est le plus petit (pour l'inclusion) sous-anneau de $\mathbb{C}$ contenant $\mathbb{Z} \cup \{i\sqrt{5}\}$.
2. Soit f l'application de $\mathbb{Z}[i\sqrt{5}]$ dans $Z/3\mathbb{Z}$ définie par

$$f(x + i\sqrt{5}y) = \overline{x + y}$$

   (a) Montrer que f est un morphisme d'anneaux surjectif.
   (b) Montrer que $\ker f = 3\mathbb{Z}[i\sqrt{5}] + (1 - i\sqrt{5})\mathbb{Z}[i\sqrt{5}]$.

3. Soit N l'application de $\mathbb{Z}[i\sqrt{5}]$ dans $\mathbb{N}$ définie par :

$$N(x + i\sqrt{5}y) = x^2 + 5y^2$$

   (a) Montrer que N est un morphisme de $(\mathbb{Z}[i\sqrt{5}], \cdot)$ dans $(N, \cdot)$.
   (b) En déduire que le groupe des éléments inversibles de l'anneau $\mathbb{Z}[i\sqrt{5}]$ est $\{-1, 1\}$.

Exercice 3. On considère le polynôme $P(X) = X^4 - 10X^2 + 1$.

1. Factoriser $P(X)$ dans $\mathbb{R}[X]$.
2. Soit $r = \frac{p}{q} \in \mathbb{Q}$ avec $(p, q) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{N}^*$ et $\text{pgcd}(p, q) = 1$.
   (i) Montrer que si r est une racine de $P(X)$, alors $r = 1$ ou $r = -1$.
   (ii) En déduire que $P(X)$ n'admet pas de racine dans $\mathbb{Q}$.
3. Montrer que $P(X)$ ne peut pas s'écrire sous la forme

$$P(X) = (X^2 + aX + b)(X^2 + cX + d) \quad \text{avec } a, b, c, d \in \mathbb{Q}.$$

4. Déduire de ce qui précède que $P(X)$ est irréductible dans $\mathbb{Q}[X]$.

****

Université Chouaïb Doukkali
Faculté des Sciences d'El Jadida
Département de Mathématiques

Année Universitaire 2013/14
Filière : SMIA, Semestre : 1
Module : ALGÈBRE 1

Epreuve d'algèbre

-Session de rattrapage-

(Durée : 03H00)

Exercice 1. Soit $P = (X^2 - X + 1)^2 + 1$.

1. Vérifier que i est une racine de P.
2. En déduire la factorisation de P dans $\mathbb{R}[X]$ et dans $\mathbb{C}[X]$.

Exercice 2. Soit $(G, .)$ un groupe d'élément neutre e. Pour $A \subseteq G$ et $x \in G$, on pose :

$$xA = \{xa; a \in A\}, \quad Ax = \{ax; x \in A\} \quad \text{et} \quad xAx^{-1} = \{xax^{-1}; a \in A\}$$

I. Soit H un sous-groupe de G. On définit sur G les relations binaires $\mathcal{R}$ et $\mathcal{L}$ par :

$$\forall (x,y) \in G^2, \quad (x\mathcal{R}y \Longleftrightarrow xy^{-1} \in H) \quad \text{et} \quad (x\mathcal{L}y \Longleftrightarrow x^{-1}y \in H)$$

1. Montrer que $\mathcal{R}$ et $\mathcal{L}$ sont des relations d'équivalence sur G vérifiant :

$$\forall (x,y,z) \in G^3, \quad (x\mathcal{R}y \Longrightarrow xz\mathcal{R}yz) \quad \text{et} \quad (x\mathcal{L}y \Longrightarrow zx\mathcal{L}zy)$$

   $\mathcal{R}$ (resp. $\mathcal{L}$) est appelée la relation d'équivalence à droite (resp. à gauche) modulo H.

2. Soit $a \in G$. On désigne par $C_{\mathcal{R}}(a)$ (resp. $C_{\mathcal{L}}(a)$) la classe d'équivalence de a modulo $\mathcal{R}$ (resp. $\mathcal{L}$).
   (i) Vérifier que $C_{\mathcal{R}}(a) = Ha$ et $C_{\mathcal{L}}(a) = aH$.
   (ii) Montrer que les applications

$$f_a : \begin{array}{ccc} H & \longrightarrow & Ha \\ x & \longmapsto & xa \end{array} \quad \text{et} \quad g_a : \begin{array}{ccc} H & \longrightarrow & aH \\ x & \longmapsto & ax \end{array}$$

   sont des bijections.

3. Montrer que les ensembles quotients $G/\mathcal{R}$ et $G/\mathcal{L}$ sont équipotents.
4. On suppose que G est fini et on note $o(G)$ son ordre et $o(H)$ celui de H. On note E l'ensemble quotient de G par la relation d'équivalence $\mathcal{R}$.
   a) Justifier que E est fini. On pose $E = \{C_1, \ldots, C_k\}$.
   b) Montrer que toutes les classes d'équivalence modulo $\mathcal{R}$ ont le même cardinal égal à $o(H)$.
   b) Justifier que $G = C_1 \cup \cdots \cup C_k$ et montrer que $o(G) = k.o(H)$.

II. Un sous-groupe H de G est dit **distingué** dans G si : $\forall x \in G, \forall h \in H, xhx^{-1} \in H$. On écrit $H \lhd G$.

1. Montrer que l'on a équivalence entre :
   (i) $H \lhd G$.
   (ii) $\forall x \in G$, $xHx^{-1} = H$.
   (iii) $\forall x \in G$, $xH = Hx$
2. Vérifier que si $H \lhd G$, alors les relations $\mathcal{R}$ et $\mathcal{L}$ définies ci-dessus sont égales.

3. Montrer que le centre de G, $Z(G) = \{y \in G; \forall x \in G, xy = yx\}$, est un sous-groupe distingué de G.

4. Soit $f : G \longrightarrow G'$ un morphisme de groupes. Montrer que
(i) $H \lhd G \Longrightarrow f(H) \lhd f(G)$.
(ii) $H' \lhd G' \Longrightarrow f^{-1}(H') \lhd G$.

Exercice 3. On pose $\mathrm{A} = \{a + jb; a, b \in \mathbb{Z}\}$ où $j = \exp(i\frac{2\pi}{3}) = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$.

1. Montrer que A est un sous-anneau de $\mathbb{C}$.
On désigne par $U(\mathrm{A})$ le groupe des éléments inversibles de A et on pose, pour tout $z \in \mathbb{C}$, $N(z) = |z|^2$.

2. (i) Montrer que si $z \in \mathrm{A}$, alors $N(z) \in \mathbb{N}$.
(ii) Soit $z \in \mathrm{A}$. Montrer que $z \in U(\mathrm{A}) \Longleftrightarrow N(z) = 1$.
(iii) Soient $a, b \in \mathbb{Z}$. Montrer que : $N(a + jb) = 1 \Longrightarrow a, b \in \{-1, 0, 1\}$.

3. Décrire le groupe $U(\mathrm{A})$.

4. On considère l'application $\Phi : \mathbb{Q}[X] \longrightarrow \mathbb{C}$ définie par $\Phi(P) = P(j)$.
(a) Montrer que Φ est un morphisme d'anneaux.
(b) Déterminer $\ker \Phi$ (on pourra remarquer que $j^2 + j + 1 = 0$).
(c) Montrer que $\mathrm{Im}\Phi = \{a + jb; a, b \in \mathbb{Q}\}$.
(d) Montrer que $\mathrm{Im}\Phi$ est un sous-corps de $\mathbb{C}$.

****

Université Chouaïb Doukkali
Faculté des Sciences d'El Jadida
Département de Mathématiques

Année Universitaire 2012/13
Filière : SMIA, **Semestre :** 1
Module : ALGÈBRE 1

Examen d'algèbre

(Durée : 3H00)

Question de cours. Soient A et B deux anneaux et φ : A $\to$ B une application vérifiant :

(i) $\varphi(x+y) = \varphi(x) + \varphi(y)$.
(ii) $\varphi(xy) = \varphi(x)\varphi(y)$.

Voici trois démonstrations de $\varphi(1_A) = 1_B$:

Démonstration 1 : Etant donné un élément inversible u de A, on a :

$$\varphi(1_A) = \varphi(uu^{-1}) = \varphi(u)\varphi(u^{-1}) = \varphi(u)[\varphi(u)]^{-1} = 1_B.$$

Démonstration 2 : On a : $\varphi(1_A) = \varphi(1_A 1_A) = \varphi(1_A)\varphi(1_A)$.
En simplifiant par $\varphi(1_A)$, on obtient $\varphi(1_A) = 1_B$.

Démonstration 3 : Pour tout $a \in$ A, $\varphi(a) = \varphi(1_A a) = \varphi(1_A)\varphi(a)$.
Ainsi, $\varphi(1_A)$ est neutre pour la multiplication dans B, donc c'est 1_B.

Ces trois démonstrations sont bien sûr fausses !

Trouver l'erreur dans chacune d'elles.

Exercice 1. Soient G un groupe fini et H un sous-groupe de G.

1. Soit $\sim$ la relation binaire définie sur G par :

$$\forall a, b \in G, \quad a \sim b \Longleftrightarrow ab^{-1} \in H$$

   Montrer que $\sim$ est une relation d'équivalence sur G.
2. Soient a un élément de G et h un élément de H. Montrer que $ha \sim a$.
3. Montrer que si a et b sont deux éléments de G tels que $a \sim b$, alors il existe un élément h de H tel que $b = ha$.
4. Soit a un élément quelconque de G. On note $cl(a)$ sa classe d'équivalence pour la relation $\sim$. Soit f l'application qui à un élément $h \in H$ associe l'élément ha.

   Montrer que f est une bijection de H dans $cl(a)$.
5. En déduire que le cardinal de H divise le cardinal de G.

Exercice 2. Soit A un anneau. On appelle **centre** de A l'ensemble

$$Z(A) = \{x \in A; \forall y \in A, xy = yx\}$$

1. (i) Montrer que Z(A) est un sous-anneau de A.
   (ii) Montrer que A est commutatif si et seulement si Z(A) = A.
2. On suppose que A vérifie : $\forall x \in A, x^3 = x$.
   (a) Montrer que $\forall x \in A, x^2 = 0 \Longrightarrow x = 0$.
   (b) Montrer que $\forall x \in A, x^2 \in Z(A)$.
   (c) Montrer que $\forall x \in A, 2x \in Z(A)$.
   (d) Montrer que $\forall x \in A, 3x + 3x^2 = 0$.
   (e) Déduire de ce qui précède que A est commutatif.

Exercice 3.

1. Factoriser dans $\mathbb{R}[X]$ le polynôme $A = X^3 - 3X^2 + 4$.

   Dans la suite de l'exercice, on considère la relation binaire $\mathcal{R}$ sur $\mathbb{R}[X]$ définie par :

$$\forall P \in \mathbb{R}[X], \forall Q \in \mathbb{R}[X], \quad P \,\mathcal{R}\, Q \Longleftrightarrow A \Big| (P - Q)$$

2. Soient P et Q deux polynômes de $\mathbb{R}[X]$. Montrer que

$$P \,\mathcal{R}\, Q \Longleftrightarrow P(2) = Q(2), P'(2) = Q'(2) \text{ et } P(-1) = Q(-1)$$

3. Soient P et Q deux polynômes de $\mathbb{R}[X]$. Montrer que l'on a $P \,\mathcal{R}\, Q$ si et seulement si le reste de la division euclidienne de P par A est égal au reste de la division euclidienne de Q par A.
4. $\mathcal{R}$ est-elle une relation d'équivalence sur $\mathbb{R}[X]$?
5. Soient P_1, P_2, Q_1, Q_2 des polynômes de $\mathbb{R}[X]$ tels que $P_1 \,\mathcal{R}\, Q_1$ et $P_2 \,\mathcal{R}\, Q_2$. Montrer que $P_1P_2 \,\mathcal{R}\, Q_1Q_2$.

****

UNIVERSITE CHOUAIB DOUKKALI
FACULTE DES SCIENCES
EL JADIDA

ANNEE UNIVERSITAIRE// : 2013-2014

Nom :
Prénom :
Filière :
Numéro d'examen// :

+CLUB NAJAH+
UCD.FS.EL JADIDA
LE PRÉSIDENT

Examen de Langue Française
Semestre I- session normale SVT/SMAI

Une autre planète Terre? Certainement pas! Une planète semblable? Peut-être bien!
En apparence, les probabilités semblent même assez élevées. Après tout, il y a plus de 100 milliards d'étoiles dans notre galaxie et des milliards de galaxies dans l'univers! Même si une infime proportion de toutes ces étoiles ont des planètes qui leur tournent autour, il y en a forcément au moins une d'entre elles qui serait susceptible d'abriter un jour la vie

Et pourtant, la Terre est une planète vraiment particulière, bénéficiant d'une situation privilégiée par rapport à son étoile, le Soleil. Imagine un peu: sur toute l'étendue de notre système solaire, une minuscule bande correspondant à 0,5% de sa largeur totale est habitable, en termes de température. Plus loin, c'est trop froid : aucune vie possible. Plus près, c'est trop chaud : les pauvres êtres vivants brûleraient vifs. La Terre a la chance d'être située dans cette petite zone. Comme des campeurs qui se trouvent exactement à la bonne distance d'un feu de camp!

La Terre a également une orbite qui ne fait pas trop varier sa distance au Soleil. Elle reçoit donc à peu près la même quantité d'énergie tout au long de l'année. Plusieurs planètes découvertes autour d'autres étoiles ont des orbites qui ressemblent à un ballon de football : les variations de température n'y sont pas très compatibles avec la vie!

Un autre bon point pour la Terre? La présence d'un garde du corps nommé Jupiter. La moitié intérieure du système solaire a été nettoyée d'une bonne partie des astéroïdes et autres petits corps célestes qui l'encombraient, par l'immense force de gravité de cette planète géante. Si elle n'était pas là, les collisions entre la Terre et ces «cailloux» d'une dizaine de kilomètres de diamètre seraient 10 000 fois plus fréquentes! La dernière fois où c'est arrivé, les dinosaures ont disparu, tout comme une bonne partie de toutes les espèces vivantes. Par contre, si Jupiter **avait été** un peu plus massive, ou située un peu plus près de nous, sa trop forte gravité **aurait pu** empêcher la Terre de retenir une atmosphère respirable et des océans. Bref, là encore, tout est parfait!

Tant qu'on ne détectera pas bel et bien une planète semblable à la Terre, on ne peut donc pas présumer qu'il s'agit d'un objet courant dans l'univers. Mais il y a peut-être une petite planète bien sympathique qui échappe pour l'instant à l'œil de lynx des astronomes et qui a, par un heureux hasard, hérité de privilèges similaires à ceux de notre Terre.

I) Compréhension :

1) De quel type de texte s'agit-il ? justifiez votre réponse.0.5pt

....

....

2) Selon l'auteur existe-il une probabilité sur la présence d'une autre planète Terre ? si oui, sur quoi se base t-il ? 0.5pt

....

....

....

3) Selon le texte quelles sont les particularités de notre planète Terre ? 1pt

....

....

....

....

....

....

4) Pourquoi les planètes sont-elles rondes ou sphériques ?1pt

....

....

....

II) Langue et communication

1- Réécrivez les phrases suivantes en nominalisant les mots soulignés en effectuant les transformations nécessaires : 1.5pts

- Dans les régions humides, on emploie des insecticides. Cela permet d'éviter que les moustiques prolifèrent.
- ....
....
- On **liquéfie** le gaz butane; cela peut se faire à une pression relativement faible.
- ....
....

2- Un mari parle au téléphone avec son épouse à propos de leur fils malade.
Répondez en utilisant une construction avec un ou plusieurs pronoms : 3.5pts

Le père : Allô ! Comment va Yassine ?

La mère : ça va. Il va mieux.

Le père : Tu l'as emmené chez le médecin ?

La mère : Oui,..

Le père : Il lui a prescrit des médicaments ? 2 pronoms

La mère : Oui, ...

Le père : Tu as acheté les médicaments ?

La mère : Non, ... encore.......................

Le père : tu peux m'envoyer l'ordonnance par fax ; je les achèterai en rentrant.

La mère : d'accord, ...

Le père : Tu as parlé au médecin de ses problèmes de digestion ? 2 pronoms

La mère : Oui, ... Il m'a demandé de faire des analyses.

Le père : .... ?

La mère : Non, ... Je n'avais pas assez d'argent.

Le père : Au revoir et à tout à l'heure.

3- Reliez les phrases suivantes par un pronom relatif simple : 1.5pt

- La Terre est la seule planète habitable. La position de la terre est favorable.
- ....
- Ces résultats vont révolutionner le monde de la science. Tu as obtenu ces résultats
- ....
- Je me souviens de cette époque. Le premier homme a mis le premier pas sur la lune.
- ....

4- Dans le quatrième paragraphe identifiez les temps des verbes en gras et justifiez leurs emplois : 1.5pt

UNIVERSITE CHOUAIB DOUKKALI
FACULTE DES SCIENCES
EL JADIDA

ANNEE UNIVERSITAIRE 2013-2014

NOM :

PRENOM :

FILIERE :

N° EXAMEN

EXAMEN DE LANGUE FRANÇAISE

SEMESTRE 1 – SESSION DE RATTRAPAGE

Toutes les planètes, sans aucune exception, ont la même forme! La Terre **aurait pu** faire preuve d'originalité...

En fait, non, elle n'aurait pas pu. C'est la faute de la gravité, qui joue un rôle crucial dans la formation des planètes. **Regardons** d'un peu plus près la naissance de notre Terre pour mieux comprendre. Il y a des milliards d'années, de minuscules particules se sont attirées les unes les autres, sous l'effet de la gravité. Plus il y avait de matière, plus la force gravitationnelle attirait de nouvelle matière, et ainsi de suite. Jusqu'à ce qu'une planète en résulte.

Mais la force gravitationnelle manque un peu de créativité : lorsqu'il y a suffisamment de masse, elle s'impose en attirant la matière avec une force égale, de toutes les directions possibles vers le centre. Le produit fini ne peut donc avoir qu'une seule forme : sphérique. Pour avoir une forme, disons, pyramidale (pourquoi pas?), **il faudrait** que la gravité « tire » plus fort dans certaines directions. Et c'est tout simplement impossible! Mais heureusement, la Terre n'est pas suffisamment massive pour que la gravité empêche les montagnes d'exister.

I) Compréhension :

1) De quel type de texte s'agit-il ? justifiez votre réponse. 0.5pt

....

....

2) Quel est le responsable de la forme des planètes ? 1pt

....

....

3) En se référant à la dernière phrase du texte, si la Terre était plus massive que serait-il passé ? 1pt

....

....

....

4) Parfois, la Lune se place entre le Soleil et la Terre. Comment appelle-t-on ce phénomène naturel ? 1pt

....

....

II) Langue et communication

1- Nominalisez les mots suivants: 1.5pt

- Préférer : .... Finir : ....
- Exister : ....

2- Répondez aux questions avec un ou deux pronoms : 1.5pt

- Tous les étudiants ont assisté à la séance de T.P. ?
- Non, ils ....
- vous avez donné le matériel aux étudiants ?
- Oui, je .... au début de la séance.
- Tu as demandé aux étudiants de rendre le compte rendu le lundi ?
- Oui, je ....

3- Reliez les phrases suivantes par le pronom relatif simple qui convient : 1.5pt

- L'écrivain a publié un nouveau livre. L'écrivain a obtenu le prix Nobel.
- ....

- La théorie m'a beaucoup aidé à comprendre la naissance du monde. Tu m'as expliqué cette théorie.

- ....

- Les étudiants ne passeront pas le rattrapage. Les notes de ces étudiants sont inférieures à 5.

- ....

4- A quel temps sont conjugués les verbes soulignés dans le texte? Précisez leurs valeurs. 1.5pt

- ....

....

....

5- Transformez les phrases suivantes à la forme passive ou à la forme active : 1.5pt

- La grammaire est mieux comprise par des exemples.

- ....

- Les cellules sensibles de l'œil transmettent les informations au cerveau.

- ....

- La couleur peut être évaluée de manière chiffrée.

- ....

6- A partir du tableau ci-dessous, rédigez deux phrases dans lesquelles vous exprimez une comparaison et un superlatif : 1pt

Les planètes	La vitesse de rotation	La vitesse de révolution (années)	Rayon
- Mercure	- 59 j	- 0.24	- 2 420
- Venus	- 243 j	- 0.61	- 6 200
- La Terre	- 23h56mn	- 1	- 6 378
- Jupiter	- 9h50mn	- 11.86	- 71 400

- 1) ....

....

- 2) ....

....

7- Conjuguez les verbes entre parenthèses au temps qui convient : 2pts

- au sud-est de Los Angeles, les Américains (construire) .... en 1949 leur plus célèbre observatoire.
- L'univers (connaitre) .... actuellement d'énormes transformations.
- Le professeur (finir) .... son cours quand l'étudiant (entrer) ....

8- Production écrite : 6pts

On voit très souvent des oiseaux sur des fils électriques. Pourquoi est-ce qu'ils ne sont pas électrocutés ?

Rédigez un paragraphe, de cinq lignes, dans lequel vous expliquez ce phénomène.

Utilisez le lexique suivant : conducteur, corps, un choc électrique, isolant...

UNIVERSITE CHOUAIB DOUKKALI

FACULTE DES SCIENCES

EL JADIDA

Année universitaire : 2012/13

Nom :

Prénom :

Filière :

N° d'examen :

+CLUB NAJAH UCD.FS.ELJADIDA LE PRÉSIDENT

Examen de langue

Semestre 1 Session de rattrapage - Durée : 1h 30

Pythagore le pensait déjà : les mathématiques sont à la base de tout. Quelque 2500 ans plus tard, elles **constituent** toujours la clé d'un grand nombre de disciplines. Impossible de décrire la danse des électrons autour d'un noyau sans avoir recours à l'équation de Schrödinger. Et la théorie du Big Bang, à l'origine de la formation de la terre, repose sur celle de la relativité générale d'Einstein. Que nos physiciens et biologistes en herbe le sachent tout de suite, il est rigoureusement impossible de faire des sciences … sans faire de maths !

Mais la grande nouveauté, c'est qu'avec l'évolution de notre société moderne, les mathématiques ont encore investi de nouveaux champs de connaissance. L'informatique, tout comme l'automatisation, reposent sur une succession de raisonnements logiques (…) Plus étonnants encore, les maths ont également **réussi** leur percée dans les domaines des sciences humaines, psychologie et géographie notamment, où elles constituent un outil parfait pour l'interprétation de nouvelles données chiffrées. Désormais, elles **dominent** également l'économie ou la finance. Comment **comprendre** l'affaiblissement d'une monnaie si on n'entend rien à un taux d'intérêt ? Pour comprendre les orientations politiques et économiques de ceux qui nous gouvernent, le citoyen d'aujourd'hui doit posséder de bonnes bases mathématiques. Et même les amateurs d'art ou de littérature ne peuvent rester insensibles aux maths ! (…)

Autre atout, plus pédagogique cette fois, les maths constituent indéniablement un formidable outil à la formation de l'esprit. Tout comme le latin ou la philosophie, elles imposent des raisonnements rigoureux, un développement logique.

En fin, et nos enfants l'ignorent trop souvent, les maths peuvent aussi devenir une affaire de plaisir !

Compréhension :

1) Donnez un titre à cet article et précisez le but de l'auteur dans ce texte ? 1pt

- ………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………

2) Relevez à partir du texte les différents domaines où les mathématiques sont importantes. 1pt

- ………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………

3) « **Les mathématiques sont une discipline importante** » cet argument est répété tout le long du texte. Relevez les différentes formules par lesquelles l'auteur a présenté cet argument **en utilisant un verbe**.1pt
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………

4) En quoi les maths peuvent-elles contribuer au développement des sciences humaines ? 1pt
………………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………

5) De quel type de texte s'agit-il ? justifiez votre réponse. 0,5pt
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………

Langue et Communication :

1) **Nominalisez les mots soulignés dans le texte : 2pts**
   - ……………………………………… - ………………………………………
   - ……………………………………… - ………………………………………

2) **Répondez aux questions en remplaçant le mot souligné par un pronom personnel complément, comme dans l'exemple: 1,5pt**
   - Est-ce que Ahmed te présente ses copains ?
   - Oui, il me les présente.
   - Et toi, tu lui parles de tes amis ?
   - **Oui, je** ………………………………………………
   - Est-ce qu'il te prête ses livres ?
   - **Non,** ………………………………………………
   - Est-ce qu'il te fait des confidences?
   - **Oui,** ……………………………

3) **Reliez les phrases suivantes par un pronom relatif simple: 2pts**
   - Je me souviens de l'année. Tu as acheté ta maison en cette année.
   - ……………………………………………………………………
   - J'ai acheté le roman. L'auteur de ce roman a remporté le Prix Nobel.
   - ……………………………………………………………………
   - La télévision est tombée en panne. Tu viens d'acheter la télévision.
   - ……………………………………………………………………

4) **Identifiez les temps verbaux dans les phrases suivantes et précisez leur valeur : 1,5pts**
   - Les OGM pourraient éradiquer le problème de la famine dans les pays en voie de développement.
   - ……………………………………………………………………
     ……………………………………………………………………
   - Quand il est arrivé, le professeur avait déjà commencé le cours.
   - ……………………………………………………………………
     ……………………………………………………………………
   - L'avion volait à haute altitude quand l'accident est survenu.
   - ……………………………………………………………………
     ……………………………………………………………………

5) **Transformez les phrases suivantes de la forme active à la forme passive : 1,5pts.**
   - Le nouveau médicament a rapidement guéri la grippe.
   - ……………………………………………………………………
   - Dans cette île, les femmes brodent les jupes et les hommes tressent les paniers.
   - ……………………………………………………………………
   - Son comportement m'étonna.
   - ……………………………………………………………………

6) **Conjuguez les verbes entre parenthèses à l'imparfait ou au passé composé : 2pts**
   - Quand **(être)** ………………… petit, je **(penser)** ………………… que personne d'autres ne **(porter)** ………………… le même nom. Puis un jour, je **(avoir)** ………………… six ans, des amis de mes parents **(venir)** ………………… à la maison avec leur enfant. Ma mère me **(dire)** ………… : « il s'appelle Ahmed comme toi ». Moi **(je ne lui dire pas)** ………………………… bonjour. Je **(partir)** ………………… en pleurant, j'étais choqué, on avait volé mon prénom et mon identité.

Production écrite : 5pts

Certains soutiennent l'idée que l'université marocaine ne se développerait jamais si elle continue d'accepter tous les étudiants sans aucune sélection.

Dites, en quelques lignes, ce que vous en pensez.

UNIVERSITE CHOUAIB DUKKALI

FACULTE DES SCIENCES

EL JADIDA

Année universitaire 2011/2012

N° de la table d'examen :

Nom :

Prénom :

Filière :

Examen de langue

Semestre 1- Session de rattrapage

Durée 2H

Demandez à vos parents, ils s'en souviennent. Le 3 décembre 1967, la nouvelle éclata comme une bombe : on avait greffé sur un homme, LOUIS Waschkansky le cœur d'une jeune fille tuée dans un accident. Ceci se passait en Afrique du Sud. Le chirurgien de l'exploit, le professeur Christian Bernard devint illico une vedette mondiale. Le premier greffé du cœur ne devait survivre qu'une semaine à l'opération. Pourtant le premier pas était fait, un être humain avait vécu avec le cœur d'un autre ! Mais cette « pièce » rapportée avait été éliminée par les mécanismes du « rejet »

L'organisme refuse tout corps étranger et ce refus est d'ordre génétique. Nos lymphocytes, une variété de globules blancs, savent détecter toutes cellules ayant un code génétique différent et le détruire ; c'est d'ailleurs en éliminant tous les intrus, virus et microbes que les lymphocytes assurent pour notre plus grand bien notre protection immunitaire. En cas de greffe, le système immunitaire lance contre les cellules étrangères greffées des cellules tueuses : les macrophages. **Ils repèrent l'intrus et livrent cet intrus à des lymphocytes T qui détruisent l'intrus, notamment en secrétant contre cet intrus des toxines**. Pour les chercheurs le défi était clair. Il fallait trouver un médicament bloquant l'action des lymphocytes. Un chercheur suisse le Dr Jean François Borel, du laboratoire Sandoz, découvrit dans les années 70 la ciclosporine.

En 1980 la première greffe cardiaque accompagnée d'un traitement de ciclosporine était réalisée sur l'homme. La réussite du traitement allait permettre une fantastique expansion des greffes. Depuis le coup d'envoi de 1967, le taux de réussite dépasse les 80%. La ciclosporine, que le greffé doit prendre toute sa vie, a toutefois un inconvénient. En réduisant l'action des lymphocytes, elle amoindrit la défense immunitaire de l'organisme, le malade supporte le greffe mais risque des infections.

Les laboratoires ont donc dû relever un nouveau défi. En 1982, des chercheurs japonais ont extrait à partir des champignons des anticorps monoclonaux appelées « FK506 » qui neutraliseraient le système immunitaire avec moins d'inconvénients que la ciclosporine. Le FK506 bloquerait les cellules tueuses mais épargnerait d'autres lymphocytes, (...)

I / Compréhension :

Type de texte	....	0.5
De quelle expérience parle-t-on dans le texte?	....	0.5
Où a –t-elle eu lieu ?	....	0.5
Pourquoi n'a-t-elle pas totalement réussi ?	....	1
Quelle solution ont proposé les Scientifiques ?	....	1

II / Langue et communication:

1- Nominalisez les verbes suivants : 2pts

- Refuse : …………………… - Extrait : ………………………………

- bloquant : …………………… – réalisé : ………………………………

2- Expliquez les mots suivants : 1pt

- Intrus : ………………………………………

- Le système immunitaire :………………………………………………………

3 – Réécrivez la phrase écrite en gras dans le texte en remplaçant les mots soulignés par un pronom personnel complément de façon à éviter la répétition : 1,5pt

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

4 - Reliez les propositions par le pronom relatif simple qui convient : (1pt)

a- J'ai vu le film. Tu m'as beaucoup parlé de ce film.

……………………………………………………………………………………………

b- Le professeur Bernard a réalisé un exploit en médecine. Je te parle du professeur Bernard.

……………………………………………………………………………………………

5 – Relevez du texte deux phrases à la forme passive et transformez-les à la forme active en effectuant les changements nécessaires. 2pts

1………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

2………………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………………………

6- Précisez à quel mode sont conjugués les verbes soulignés dans la phrase suivante extraite du texte en indiquant leur valeur. 1pts

Le FK506 bloquerait les cellules tueuses mais épargnerait d'autres lymphocytes.

……………………………………………………………………………………………

……………………………

7- Relevez dans le dernier paragraphe une comparaison en remplissant le tableau suivant : 2pts

Comparé	Comparant	Outil de comparaison	Le degré	Sur quoi porte la comparaison

III /Production écrite :(6pts)

Sujet : on constate que la majorité des pays du monde connaissent actuellement des conditions climatiques inhabituelles.

Expliquez, en quelques lignes, les raisons de cette perturbation et dites si l'Homme en est responsable.

Critères d'évaluation :

- l'utilisation des liens logiques,
- la correction de la langue,
- la cohérence et cohésion du texte,
- la présentation de la copie.

UNIVERSITE CHOUAIB DUKKALI
FACULTE DES SCIENCES
EL JADIDA

Année universitaire 2011/2012

Nom :
Prénom :
Filière :

Examen de langue
Semestre 1- Durée 2H

Contrairement aux autres planètes, la Terre a eu de la chance. Suffisamment massive, elle a été capable de retenir toute son eau. Et jouissant d'une position privilégiée dans le système solaire, ni trop près, ni trop loin du soleil, une majeure partie de toute son eau a pu rester liquide et couler d'abondance sur sa surface.
La manière dont l'eau de la Terre aurait été libérée sous forme de vapeur d'eau dans son atmosphère divise astronomes et géologues : les premiers estiment que cela s'est produit lors de l'intense bombardement extraterrestre de météorites et de comètes que la planète a dû subir au cours de sa formation et les seconds au dégazage volcanique brutal qu'elle a connu plus tard. Quoi qu'il en soit, la Terre s'est progressivement refroidie et la vapeur d'eau libérée s'est condensée, formant une couche nuageuse épaisse autour de la planète. Des pluies torrentielles se sont alors abattues durant des millions d'années. Tout ce déluge d'eau a progressivement sculpté la surface du globe et immergé une partie de la croûte terrestre, formant les premiers océans. Le gaz carbonique à effet de serre très abondant dans l'atmosphère de la jeune planète, s'est peu à peu dissous dans l'eau, réagissant avec le calcium des roches primitives pour former du calcaire qui s'est déposé au fond des océans. Cela permit à la Terre de continuer à se refroidir jusqu'à une température proche de celle que nous connaissons aujourd'hui.
Dans le giron des premiers océans, protégés du rayonnement ultraviolet solaire, les premiers micro-organismes vivants, des bactéries, apparurent, il y a plus de 3,5 milliards d'années. Plus tard, il y a environ 3 milliards d'années, ce fut au tour des premières algues, les algues bleues, qui se mirent alors à produire de l'oxygène par photosynthèse. L'oxygène ainsi fabriqué permit la formation progressive, dans la haute atmosphère, d'une couche d'ozone qui protégea la planète et son atmosphère des rayonnements nuisibles du soleil, notamment des ultraviolets. Grâce à l'oxygène et à l'ozone, la vie put enfin conquérir la Terre ferme : c'était, il y a environ 500 millions d'années.
Aujourd'hui, si l'on pouvait éroder tous les reliefs de notre planète, l'eau liquide recouvrirait toute sa surface formant une couche de trois kilomètres d'épaisseur, une situation très différente de celle de ses consœurs.

Source : www.cnrs.fr

I- Compréhension

1) **Avant que la vie ne soit possible sur la planète terre, cette dernière est passée par plusieurs étapes. Relevez, à partir du texte, ces différentes étapes, en commençant à chaque fois par un nom. 2.5pts**

- ....
- ....
- ....
- ....
- ....
- ....
- ....
- ....
- ....
- ....

2) **Expliquez les mots suivants : 1pt**
   - Astronome :
   - Météorite :
   - Déluge :
   - Consoeurs :
3) **Quelles sont les deux thèses avancées dans le texte sur l'origine de l'eau sur terre ? 0.5pt**

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

4) **De quel type de texte s'agit-il ? justifiez votre réponse. 0.5pt**

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

I- Langue :

1) **Complétez les phrases suivantes par des pronoms personnels compléments : 1.5pt**
   - de nombreuses maisons sont transformées en chambres d'hôtes. Les touristes …….. sont ravis. Si on …… réfléchit un peu, c'est une idée géniale.
   - Ahmed a échoué au concours d'entrée à une grande école. Sa maman ……….. parle gentiment pour …… remonter le moral. Il veut repasser le concours mais son père refuse. La maman ……… parle au père et finit par ……… Convaincre.
2) **Reliez les phrases suivantes par un pronom relatif simple : 2pts**
   - L'environnement fournit des ressources naturelles. L'homme a besoin de ces ressources.
   - ……………………………………………………………………………………

     ……………………………………………………………………………………
   - Je me rappelle de cette époque. On pouvait se promener, durant cette époque, jusqu'au matin sans crainte d'être agressé.
   - ……………………………………………………………………………………

     ……………………………………………………………………………………
3) **Relevez dans le deuxième paragraphe une phrase à la forme passive et transformez la à la forme active.** 1.5pt
   - ……………………………………………………………………………………

     ……………………………………………………………………………………

     ……………………………………………………………………………………
   - ……………………………………………………………………………………

     ……………………………………………………………………………………

     ……………………………………………………………………………………
4) **Transformez les phrases suivantes à la forme active : 1pt**
   - Les informations sont transmises au cerveau par les cellules sensibles de l'œil.
   - ……………………………………………………………………………………

     ……………………………………………………………………………………
   - La lumière rouge est émise par l'yttrium.
   - ……………………………………………………………………………………
5) **Conjuguez les verbes entre parenthèses aux temps qui conviennent : 1pt**

Hier, j'avais un contrôle. Quand je suis arrivé, le professeur ……………………………… déjà (distribuer) les copies, et certains étudiants ……………………………… presque (terminer) l'épreuve.

6) **Complétez les phrases suivantes par la préposition temporelle qui convient : 2.5pts**

- Ahmed Bensaid a eu sa licence ……….. 10 ans. ……………. 2005, il exerce la fonction de professeur de mathématiques. Il s'est inscrit à la faculté pour terminer ses études ……… 2007 où il a pu décroché son master en télécommunication ……….30 juin 2009. Il pense soutenir sa thèse ………. 4ans.

Production écrite : 6pts

Certains pensent que les ressources naturelles sont inépuisables.
Rédigez un argumentaire dans lequel vous défendez votre point de vue.

Critères d'évaluation :

- l'utilisation des expressions de l'opinion,
- la pertinence des arguments,
- la correction de la langue,
- la cohérence et cohésion du texte,
- la présentation de la copie.

……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………

UNIVERSITE CHOUAIB DOUKKALI

FACULTE DES SCIENCES

EL JADIDA

A.U. : 2012/13

Nom :

Prénom :

Filière et gr :

N° d'examen :

Examen de langue (Français)

Semestre 1 Session normale - Durée : 1h 30

C'est un véritable exploit que viennent de réaliser les ingénieurs spatiaux chinois. Leur **sonde Chang'e-2** a frôlé, à quelques kilomètres de distance seulement, l'astéroïde **4179 Toutatis**, révélant du même coup les paysages chaotiques de cet énorme rocher de 4,5 km de longueur. La sonde Chang'e-2 avait quitté la Terre en octobre 2010 avant de se satelliser autour de la Lune. Une fois la Lune entièrement cartographiée, les ingénieurs Chinois l'avaient envoyée sur une orbite d'attente, le point de Lagrange L2, situé à environ un million cinq cent mille km de la Terre, dans l'axe Soleil-Terre. Là, Chang'e-2 a patiemment attendu le passage à proximité de la Terre de **Toutatis**. Puis la sonde a quitté le point de Lagrange L2, afin de croiser l'astéroïde, une rencontre couronnée de succès. L'exploit technique est d'autant plus remarquable que les scientifiques ont assigné cet objectif à leur sonde alors que Chang'e-2 n'avait pas été conçue pour une telle rencontre, s'effectuant à 10 km/s, à dix millions de km d'ici. D'ailleurs, ce n'est pas la caméra scientifique de leur sonde que les Chinois ont utilisée pour dresser le portrait de Toutatis, mais une simple webcam de navigation.

Découvert par l'astronome Christian Pollas avec le télescope de Schmidt de l'observatoire de la Côte d'Azur, en 1989, 4179 Toutatis est un astéroïde géo croiseur, qui, comme son nom l'indique, croise régulièrement l'orbite de la Terre. Toutatis a une masse de cinquante milliards de tonnes, et mesure 4500 x 2400 x 1900 mètres. Il présente la forme allongée d'une cacahuète : Toutatis est probablement constitué de deux astéroïdes qui se sont rencontrés et ont fusionné.

Avec le succès de cette mission spatiale, d'autant plus remarquable qu'elle a été largement improvisée, l'astronautique chinoise montre au monde à quelle vitesse elle progresse. Aujourd'hui, la Chine rejoint le club très fermé des nations spatiales capables d'explorer le système solaire, après les Etats-Unis, la Russie, l'Europe et le Japon.

Et maintenant ? La sonde lunaire Chang'e-2 pourrait être dirigée vers un autre astéroïde, comme Apophis ou Tukmit.

Serge Brunier- 2012

Compréhension :

1) Dans quelle discipline scientifique peut-on inscrire ce texte ? O, 5pt
....
2) Quelle était la mission principale de la sonde **Chang'e-2** ? A-t-elle atteint son objectif ? 1pt
....
....
....
3) Quelle était sa deuxième mission ? 0,5pt
....
....
....
4) Quelle est la prochaine mission de la sonde Chang'e-2 ? l'auteur en est-il certain ? justifiez votre réponse 1pt
....
....
....
5) Quand est-ce que l'astéroïde TOUTATIS a été découvert et par qui ? 1pt
....
....
6) De quel type de texte s'agit-il ? justifiez votre réponse. 0,5pt
....
....

Langue et Communication :

1) **Réécrivez les phrases suivant en nominalisant les mots soulignés: 1,5pt**

- les ingénieurs Chinois avaient **envoyé** la sonde sur une orbite d'attente.
- ……………………………………………………………………………………………………
- Toutatis est probablement **constitué** de deux astéroïdes.
- ……………………………………………………………………………………………………
- Cette mission a été **improvisée.**
- ……………………………………………………………………………………………………

2) **Répondez pour elle en utilisant la construction avec deux pronoms : 2,5pts**

- Est-ce que le patron t'a présenté le nouvel associé ?
- Oui ……………………………………………………………………
- Est-ce qu'il t'a dit ou aurait lieu la réunion ?
- Oui, ……………………………………………………………………
- Est-ce qu'il assistera à la réunion ?
- Non, ……………………………………………………………………………
- Tu lui as donné les dossiers ?
- Oui, ……………………………………………………
- Est-ce qu'il t'a dit quand il les étudierait ?
- Non, ……………………………………………………………………

3) **Reliez les phrases suivantes par un pronom relatif simple: 2,5pts**

- Ils ont un grand salon. Les murs de ce salon sont couverts d'affiches de stars.
- ……………………………………………………………………………………………………
- Les chinois ont photographié l'astéroïde. L'astéroïde s'appelle 4179 Toutatis.
- ……………………………………………………………………………………………………
- Il a joué un morceau de musique. Le rythme m'a endormi.
- ……………………………………………………………………………………………………
- Je me souviens très bien de cette année. L'eau a envahi une partie de la faculté en cette année.
- ……………………………………………………………………………………………………
- Les photos de Toutatis sont magnifiques. Les chinois ont pris ces photos.
- ……………………………………………………………………………………………………

4) **Identifiez les temps verbaux dans les phrases suivantes et précisez leurs valeurs : 1pt**

- La sonde Chang'e-2 avait quitté la Terre en octobre 2010 avant de se satelliser autour de la Lune. Une fois la Lune entièrement cartographiée, les ingénieurs Chinois l'avaient envoyée sur une orbite d'attente.
- ……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………

5) **Relevez du texte une phrase à la forme passive et transformez la à la forme active : 2pts**

Forme passive ……………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
Forme active ……………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………

6) **Conjuguez le verbe entre parenthèses au temps qui convient : 2,5pts**

- Quand je **(arriver)** ……………………………au bureau, le directeur **(réunir)** …………………… tout le personnel. J' **(essayer)** ………………………… de t'appeler car je **(savoir)** …………………… qu'il **(programmer)** ………………………………… une longue réunion.

7) **Reformulez ces phrases en commençant par les mots soulignés : 2pts**

- C'était parfait. Les organisateurs **nous** ont très bien reçus. On **m**'a logé dans un petit bungalow au bord de la mer. Ils ont parfaitement respecté **le programme**. Les guides ont très bien commenté **les visites.**
- ……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………

8) **Complétez le récit suivant en utilisant les verbes entre parenthèses : 1,5pt**

- Nous nous sommes restés que 3 jours à Marrakech mais au bout de 3 jours, nous …………………… ……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………… **(visiter les principaux musées, voir les monuments, se promener à Jamaa Lafna).**

9) **Production écrite : 10pts**

On dit souvent que l'internet est une arme à double tranchant.
A la lumière de cette affirmation, développez un argumentaire, de quelques lignes, dans lequel vous exprimez votre point de vue.



Département Maths et Info
Pr. Barkatou

Filière SMIA
AU : 2011/2012

EXAMEN D'ANALYSE 1

Durée : 3 heures



Questions de Cours

Question 1 : Enoncer correctement :

1. La formule du Binôme de Newton.
2. La formule de Leibniz.
3. La formule de Taylor-Young.

Question 2 : Retrouver la formule du Binôme de Newton :

1. En appliquant la formule de Taylor à la fonction $P(x) = (1+x)^n$
2. En utilisant la formule de Leibniz.

Question 3 :

1. Montrer, par récurrence sur $n \in \mathbb{N}$, que la dérivée $n^{ième}$ de :
   a. $\cos x$ est $\cos\left(x + n\frac{\pi}{2}\right)$
   b. $\sin x$ est $\sin\left(x + n\frac{\pi}{2}\right)$
2. En déduire les développements limités à l'ordre n et au voisinage de 0 des fonctions $\cos x$ et $\sin x$.

Question 4 : Montrer que pour toutes parties A et B de $\mathbb{R}$, on a :

1. $\left(\overline{A}\right)^c = int(A^c)$
2. $\left(int(B)\right)^c = \overline{B^c}$

Question 5 :

1. Montrer que pour tous réels $x_1, x_2, \dots, x_n$
$$e^{\frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)} \leq \frac{1}{n}(e^{x_1} + e^{x_2} + \cdots + e^{x_n})$$
2. En déduire que pour tous réels strictement positifs $y_1, y_2, \dots, y_n$
$$\sqrt[n]{y_1 \times y_2 \times \dots \times y_n} \leq \frac{1}{n}(y_1 + y_2 + \dots + y_n)$$



Département Maths et Info

Pr. Barkatou

Filière SMIA

AU : 2011/2012

Problème

I- Moyenne de Cesaro

Soit (u_n) une suite réelle et soit (v_n) la suite définie par

$$v_n = \frac{1}{n}(u_1 + u_2 + \cdots . + u_n)$$

1. Montrer que si u_n converge vers $l \in \mathbb{R}$, alors v_n converge vers l.
2. En considérant la suite $u_n = (-1)^n$, montrer que la réciproque de 1. est fausse.
3. Montrer que si u_n converge vers $+\infty$, alors v_n converge vers $+\infty$.
4. En considérant la suite $u_n = n(1 + (-1)^n)$, montrer que la réciproque de 3. est fausse.
5. On suppose que la suite (u_n) est monotone (par exemple croissante), montrer que si v_n converge vers l, alors u_n converge vers l.

II- Lemme de l'escalier

On suppose dans cette partie que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n > 0$.

1. Montrer que si $(u_{n+1} - u_n)$ converge vers l, alors $\left(\frac{u_n}{n}\right)$ converge vers l.
2. Montrer que si $\left(\frac{u_{n+1}}{u_n}\right)$ converge vers $l > 0$, alors $\sqrt[n]{u_n}$ converge vers l.
3. Application : Déterminer les limites des suites :

$$(C_{2n}^n)^{\frac{1}{n}} \quad ; \quad \frac{n}{\sqrt[n]{n!}} \quad ; \quad \frac{1}{n}\sqrt[n]{n(n+1)\dots(n+n)} \quad ;$$

$$\frac{1}{n}\sqrt[n]{1 \times 3 \times 5 \times \dots \times (2n-1)} \quad ; \quad \frac{1}{n^2}\sqrt[n]{\frac{(3n)!}{n!}}$$

4. On suppose ici que $\left(\frac{u_{n+1}}{u_n}\right)$ converge vers l. Etablir que :
   a. Si $|l| < 1$ alors u_n converge vers 0.
   b. Si $|l| > 1$ alors u_n converge vers $+\infty$.
   c. Que dire de la suite (u_n) si $|l| = 1$.

III- Etude de quelques suites

1. Soient $u_n = \cos\left(\frac{\pi}{2^2}\right) \times \cos\left(\frac{\pi}{2^3}\right) \times \dots \times \cos\left(\frac{\pi}{2^n}\right)$ et $v_n = u_n \sin\left(\frac{\pi}{2^n}\right)$. Montrer que v_n est une suite géométrique et en déduire la limite de u_n.
2. Soit $a > 0$ et soit f une fonction continue de $[0 ; a]$ dans $\mathbb{R}_*^+$.
   a. Soit $u_0 \in \mathbb{R}$. Etudier la suite (u_n) définie par

$$u_0 \geq \frac{1}{a} \text{ et } u_{n+1} = u_n + f\left(\frac{1}{u_n}\right).$$

   b. Etudier la suite (v_n) définie par $v_n = \frac{u_n}{n}$.



UCD-FSJ

SMIA1

Examen Rattrapage d'Analyse 1

Durée : 3 heures

+CLUB NAJAH
UCD.FS.ELJADIDA
LE PRÉSIDENT

Exercice 1. Montrer que le minimum de

$$(x_1 + x_2 + \cdots + x_n)\left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \cdots + \frac{1}{x_n}\right)$$

est n^2 ; pour $x_k > 0$ pour tout $k \in \{1,2,\dots,n\}$.

Exercice 2.

1. Déterminer les réels strictement positifs x tels que $x^{(x^x)} = (x^x)^x$.
2. Soient $x \in \mathbb{R}$ et $n \in \mathbb{N}^*$.
   a. Montrer que $0 \leq E(nx) - nE(x) \leq n - 1$.
   b. En déduire $E\left(\frac{E(nx)}{n}\right) = E(x)$.

Exercice 3.

1. Étudier la fonction f définie par $f(x) = \frac{\ln x}{x}$.
2. En déduire les couples (a, b) d'entiers tels que $2 \leq a < b$ et $a^b = b^a$.
3. Déduire de ce qui précède lequel de e^π et π^e est le plus grand ?

Exercice 4. Soient I un intervalle de $\mathbb{R}$; $a \in I$; f et g deux fonctions dérivables sur I telles que :

$$f(a) = g(a) \text{ et } f(x) + x \leq g(x) + a \quad (\forall\, x \in I).$$

Montrer que $g'(a) - f'(a) = 1$.

Exercice 5.

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite réelle vérifiant :

$$\forall\ n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} = \frac{1}{2}\cos(u_n).$$

1. Démontrer qu'il existe un unique réel $l \in [0,1]$ tel que $l = \frac{1}{2}\cos(l)$.
2. Montrer que u_n tend vers l quand n tend vers $+\infty$.

Exercice 6.

Soit I un intervalle de $\mathbb{R}$ et soit f une fonction continue sur I. Le but de cet exercice est de montrer que

$$(f \text{ est strictement monotone sur } I) \Leftrightarrow (f \text{ est injective sur } I)$$

Question 1. Montrer que si f est strictement monotone sur I, alors f est injective sur I.

Question 2. On suppose que f est injective sur I et on fixe deux éléments a et b de I tels que $a < b$. f étant injective, $f(a) \neq f(b)$ (supposons $f(a) < f(b)$).

Soient x et y deux éléments de I tels que $x < y$. Pour $t \in [0,1]$, on pose :

$$g(t) = f\big((1-t)b + ty\big) - f\big((1-t)a + tx\big).$$

1. Montrer que g est continue sur $[0,1]$ et ne s'annule pas.
2. Déterminer le signe de $g(0)$ puis de $g(1)$.
3. En déduire que f est strictement croissante.
4. Que dire si $f(a) > f(b)$?

Barème indicatif

Exercice 1. ____________ 2 points

Exercice2. ____________ 3 points

Exercice 3. ____________ 4 points

Exercice 4. ____________ 2 points

Exercice 5. ____________ 4 points

Exercice 6. ____________ 5 points

Université Chouaïb Doukkali

Département de Mathématiques

Année Universitaire 2012/13

Module : Analyse 1

EXAMEN RATTRAPAGE

Durée : 3 Heures

PROBLÈME. Soit I un intervalle de $\mathbb{R}$ non vide et non réduit à un point et soit $\text{int}(I)$ son intérieur. Soient f et g deux fonctions continues sur I et dérivables sur $\text{int}(I)$.

1. Démontrer le Théorème des Accroissements Finis qu'on rappelle ici : pour tout $(a,b) \in I^2$ tel que $a < b$; il existe au moins un réel $c \in]a,b[$:
$$\frac{f(b)-f(a)}{b-a} = f'(c)$$

2. Montrer que si pour tout $t \in \text{int}(I)$: $f'(t) \leq g'(t)$, alors pour tout $(x,y) \in I^2$ tel que $x < y$;
$$f(y) - f(x) \leq g(y) - g(x).$$
3. En supposant que $I = [a,b]$, montrer que
$$\lim_{x \to a} f'(x) \text{ existe } \Longrightarrow f \text{ est dérivable à droite de } a.$$
Que dire si $\lim_{x \to b} f'(x)$ existe ?
4. Montrer que si $k = \text{Sup}\{|f'(t)| \, ; t \in \text{int}(I)\} \in \mathbb{R}$, alors pour tout $(x,y) \in I^2$ tel que $x < y$:
$$|f(y) - f(x)| \leq k|y - x|$$
5. On suppose que $0 \in \text{int}(I)$. Montrer que si f' est continue en 0, alors f admet un développement limité à l'ordre 1 en 0.
6. On suppose que $f : I \to I$ est de classe C^1. Soit α un point fixe de f $(\alpha \in I)$. Montrer que si $|f'(\alpha)| < 1$, alors il existe un nombre réel $r > 0$ tel que pour tout réel $\theta \in]\alpha - r, \alpha + r[\cap I$, la suite définie par
$$\begin{cases} u_0 = \theta \\ u_{n+1} = f(u_n), \quad \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$$
converge vers α.

7. Montrer que l'équation $\ln(2 + x - x^2) = x$ admet une unique solution $\alpha \in [0,1]$. En déduire que la suite définie par
$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \ln(2 + u_n - u_n^2), \quad \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$$
converge vers α.

8. On suppose que la fonction f est de classe C^1. Considérons la suite définie par :
$$\begin{cases} u_0 \text{ donné} \\ u_{n+1} = f(u_n), \quad \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$$
En supposant que (u_n) n'est pas stationnaire, montrer que si (u_n) converge vers l alors $|f'(l)| \leq 1$.

9. Montrer que pour tout $x \geq 0$:

$$0 \leq x - \ln(1+x) \leq \frac{x^2}{2}$$

En déduire la limite de la suite de terme général u_n ($n \geq 1$) :

$$u_n = \prod_{k=1}^{k=n} \left(1 + \frac{k}{n^2}\right)$$

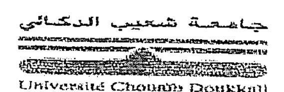
On rappelle que :

$$\sum_{k=1}^{k=n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

10. Déterminer

$$\lim_{x \to +\infty} \left((x+1)^{1+\frac{1}{x+1}} - x^{1+\frac{1}{x}} \right)$$

EXERCICE. Montrer qu'une suite réelle est convergente si et seulement si elle est de Cauchy.



Département de Mathématiques



EXAMEN D'ANALYSE (Durée 3 heures)

CLUB NAJAH UCD.FS.ELJADIDA LE PRÉSIDENT

Exercice 1. Soit x un réel.

1. Déterminer la limite de $u_n(x) = \frac{1}{n^2}\sum_{k=1}^{k=n} E(kx)$.
2. En déduire que $\mathbb{Q}$ est dense dans $\mathbb{R}$.

Exercice 2. Montrer que la suite récurrente suivante est de Cauchy.

$$\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \sqrt{u_n^2 + \frac{1}{2^n}} \end{cases}$$

Exercice 3. Soient A et B deux sous-ensembles de $\mathbb{R}$. $\overline{A}$ et $\text{int}(A)$ sont respectivement la fermeture et l'intérieur de A.

1. A est non vide et majorée, montrer que
   a. $\text{Sup}(A) \in \overline{A}$
   b. A fermé $\Rightarrow \text{Sup}(A) \in A$

2. On suppose que $A \subset B$. Montrer que $\overline{A} \subset \overline{B}$ et que $\text{int}(A) \subset \text{int}(B)$.

3. Montrer que : $\overline{A \cap B} \subset \overline{A} \cap \overline{B}$ et $\text{int}(A \cup B) \supset \text{int}(A) \cup \text{int}(B)$.

4. Montrer que : $\overline{\mathbb{Q}} = \mathbb{R}$ et $\overline{\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}} = \mathbb{R}$.

5. Si f est continue sur $\mathbb{R}$, montrer que $f(\overline{A}) \subset \overline{f(A)}$ et $\overline{f^{-1}(B)} \subset f^{-1}(\overline{B})$.

Exercice 4. Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ une fonction vérifiant la condition $f[f(x)] = -x$ pour tout réel x. Démontrer que f n'est pas continue.

Exercice 5. Montrer que si f est dérivable sur un intervalle I de $\mathbb{R}$, alors la dérivée f' vérifie la Propriété des Valeurs Intermédiaires sur I.

Exercice 6. Montrer que les fonctions $x \longmapsto \ln(1+x)$, $x \longmapsto \ln(1+x^2)$ et $x \longmapsto \text{Arctan}x$ sont uniformément continues sur $\mathbb{R}_+$.

Exercice 7. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, l'équation $x - E(x) = \frac{1}{x}$ admet une unique solution x_n appartenant à $[n, n+1[$. Montrer que

$$x_n = n + \frac{1}{n} - \frac{1}{n^3} + o\left(\frac{1}{n^3}\right)$$

Université Chouaib Doukkali
Département de Mathématiques
Faculté des Sciences
El Jadida

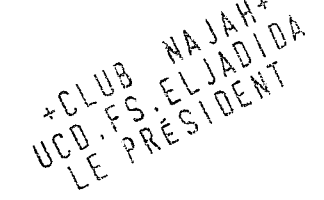
Année Universitaire : 2013/2014

Filiére SMIA1

EPREUVE D'ANALYSE I

Janvier 2014

(Durée : 3 heures)



IMPORTANT :

- Les documents ne sont pas autorisés.
- Les trois exercices sont indépendants.
- On peut traiter chaque question en admettant les résultats précèdents (du même exercice) s'ils sont nécessaires.

Question de cours 1

Soit f une fonction n fois dérivable sur un intervalle I contenant 0 et telle que $f^{(n)}$ (sa dérivée d'ordre n) soit continue en 0.

i) Ecrire la Formule de Mac Laurin à l'ordre $(n-1)$ pour la fonction$f$.

ii) Montrer que la fonction f admet un Développement Limité d'ordre n au voisinage de 0.

Question de cours 2

i) Donner la définition d'un ensemble compact $K \subset \mathbb{R}$.

ii) Soit $f : E \subset \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ une fonction continue sur E. Soit $K \subset E$ un ensemble compact. Montrer que l'ensemble $f(K)$ est aussi compact.

Exercice 1

Soit $f : [a,b] \longrightarrow \mathbb{R}$ une fonction deux fois dérivable sur l'intervalle $]a,b[$ $(a < b)$ et telle que la fonction dérivée f' soit continue sur $[a,b]$. On définit la fonction g sur $[a,b]$ par

$$g(x) = \frac{f(x)+f(a)}{2} - f(\frac{a+x}{2}) - \frac{\alpha}{8}(x-a)^2$$

avec α un nombre réel **tel que** $g(b) = 0$.

1. i) Montrer qu'il existe $d \in]a,b[$ tel que :

$$f'(d) - f'(\frac{d+a}{2}) = \frac{\alpha}{2}(d-a)$$

ii) En appliquant le théorème des accroissements finis, montrer qu'il existe $c \in]\frac{a+d}{2}, d[$ tel que : $f''(c) = \alpha$ (f'' étant la dérivée seconde de la fonction f).

2. En déduire de ce qui précède que le nombre c vérifie nécessairement :

$$\frac{f(a)+f(b)}{2} = f(\frac{a+b}{2}) + \frac{(b-a)^2}{8} f''(c)$$

Exercice 2

Soit $a > 1$ un réel fixé. On rappelle que ln désigne la fonction Logarithme Neperien. On considére les fonctions f et g définies pour $x \in]\frac{-1}{a}, +\infty[$ par :

$$f(x) = \ln(1 + ax) \quad \text{et} \quad g(x) = f(x) - x$$

1. a) Calculer

$$\lim_{x \to \frac{-1}{a}^+} g(x) \quad \text{et} \quad \lim_{x \to +\infty} g(x)$$

   b) Définir la fonction dérivée $g'(x)$.
   c) En déduire les variations de la fonction g .

2. a) Montrer que $\ln a > \frac{a-1}{a}$
   b) En déduire que l'équation $f(x) = x$ admet une solution unique dans l'intervalle $]\frac{a-1}{a}, +\infty[$ que l'on note c_1.

3. Soit la suite numérique (u_n) définie par la donnée de $u_0 > \frac{-1}{a}$ et $u_{n+1} = f(u_n)$
   a) On suppose que $u_0 \in [0, c_1]$.
      i) Montrer que nous avons : $f([0, c_1]) = [0, c_1]$
      ii) Etudier la suite (u_n) pour $u_0 = 0$, puis pour $u_0 = c_1$.
      iii) Montrer que si $u_0 \in]0, c_1[$, la suite (u_n) est croissante majorée.
      iv) En déduire que si $u_0 \in]0, c_1[$, la suite (u_n) converge vers c_1.
   b) On suppose maintenant que $u_0 > c_1$.
      i) Montrer que la suite (u_n) est décroissante minorée.
      ii) En déduire que (u_n) est convergente et calculer sa limite.

Exercice 3

Soit f une fonction positive croissante sur $[0, +\infty[$ et vérifiant : $\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = \frac{1}{2}$.
On considére la suite $(u_n)_n$ définie par la donnée de $u_0 > 0$ et la relation de récurence $u_{n+1} = f(u_n)$.

a) Montrer que la suite (u_n) est, suivant le signe de $(u_1 - u_0)$, monotone croissante ou monotone décroissante.

b) Montrer qu'il existe $A > 0$ tel que : $\forall x > A$, $f(x) < \frac{3}{4}x$.
En déduire que si la suite (u_n) est croissante, elle est nécessairement majorée.

c) Montrer que la suite (u_n) est convergente.

<u>Barême</u> : Question de Cours 1 : 2 pts ; Question de cours 2 : 3 pts ;
Exercice 1 : 5pts ; Exercice 2 : 7 pts ; Exercice 3 : 4 pts.

Université Chouaib Doukkali
Faculté des Sciences
Département de Physique

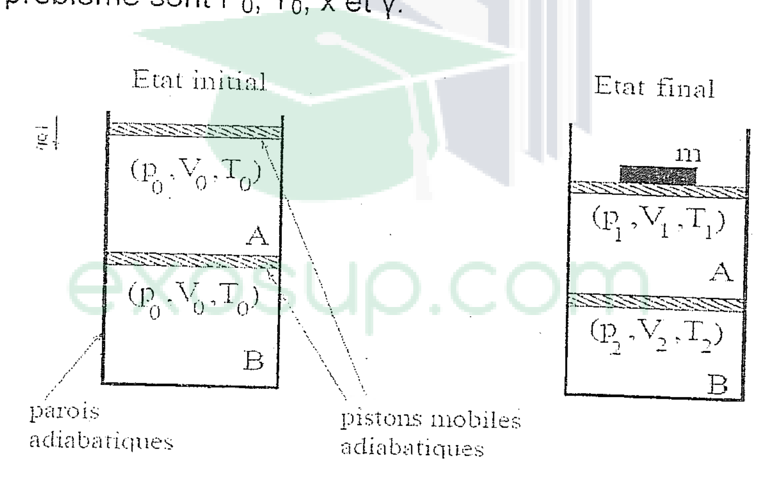
Année universitaire 2013/2014

EXAMEN DE RATTRAPAGE DE THERMODYNAMIQUE
FILIERE SMAI1, Durée : 1H30

PROBLEME I (8 POINTS)

1) Déterminer l'entropie S d'une mole de gaz parfait en fonction de sa température T et de sa pression P.

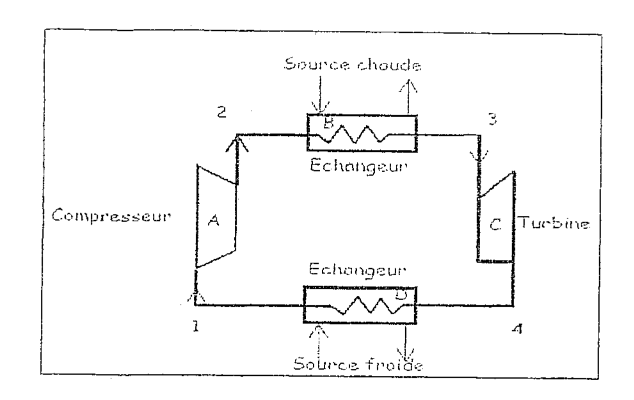
2) Considérons un cylindre vertical fermé par un piston mobile adiabatique (qui ne laisse pas passer la chaleur), de masse nulle, de section 100 cm^2, pouvant se déplacer verticalement sans frottement. A l'intérieur un autre piston adiabatique, de masse nulle, mobile sans frottement, sépare deux compartiments A et B, contenant chacun une mole de gaz parfait. Initialement, les deux gaz sont dans l'état (P_0, V_0, T_0). On dépose brusquement une masse m sur le premier piston mobile (voir figure ci-dessous). Lorsque l'équilibre est atteint les gaz dans les compartiments A et B sont, respectivement, dans les états ($P_1 = xP_0$, V_1, T_1) et (P_2, V_2, T_2) avec $x > 1$.
Les données du problème sont P_0, T_0, x et γ.

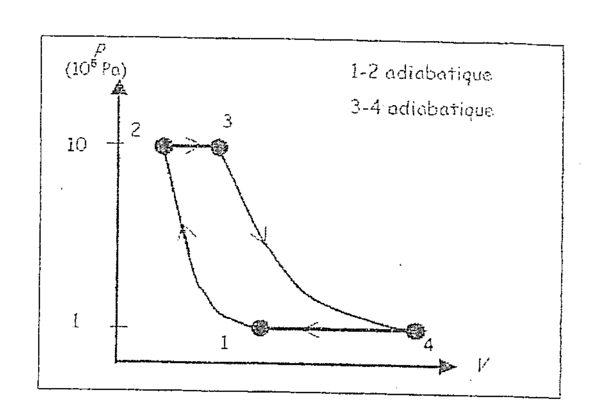


2.a. Déterminer m pour $g = 10\ m.s^{-2}$.
2.b. En utilisant le premier principe, déterminer $T_1 + T_2$.
2.c. Déterminer la variation d'entropie de l'univers entre l'´etat initial et l'´etat final en fonction de T_1, T_2 et des données du problème.

PROBLEME II (12 POINTS)

Une turbine à gaz fonctionne avec de l'air suivant le schéma de principe ci-dessous.
On étudie le cycle thermodynamique de l'air subissant les transformations réversibles suivantes :
- compression adiabatique dans le compresseur A ;
- échauffement à pression constante dans l'échangeur de chaleur B ;
- détente adiabatique dans la turbine C ;
- refroidissement à pression constante dans l'échangeur de chaleur D





Données :

- Constante des gaz parfaits R = 8,32 $J\cdot mol^{-1}\cdot K^{-1}$.
- Capacité thermique molaire à pression constante de l'air C_p = 29,12 $J\cdot mol^{-1}\cdot K^{-1}$
- Capacité thermique molaire à volume constant de l'air C_v = 20,80 $J\cdot mol^{-1}\cdot K^{-1}$
- Rapport des capacités thermiques molaires $\gamma = C_p/C_v$ = 1,4
- Masse molaire de l'air M_a = 0,029 $kg\cdot mol^{-1}$

On raisonne sur une masse d'air de 1 kg.

1. Calculer n le nombre de moles d'air.

2. L'air entre dans le compresseur A à la température 300 K et à la pression de $1{,}0\times10^5$ Pa. Calculer le volume V_1 de l'air à l'entrée du compresseur.

3.

3.1. Montrer que la température en fin de compression est : T_2 = 579 K.

3.2. Le gaz reçoit dans l'échangeur B une quantité de chaleur de 450 kJ. Calculer la température T_3 à la sortie de l'échangeur B.

3.3. Montrer que la température T_4 à la sortie de la turbine a pour valeur : T_4 = 532 K.

3.4. Calculer la quantité de chaleur reçue par le gaz dans l'échangeur D.

4.

4.1. Calculer la valeur des quantités de chaleur reçues ou cédées par le gaz au cours de chacune des transformations.

En déduire la quantité de chaleur Q_{cycle} reçue au cours d'un cycle.

4.2. En déduire le travail W_{cycle}

Préciser son signe et la signification de celui-ci.

Université Chouaib doukkali
Faculté des Sciences
Département de Physique
El Jadida

Année Universitaire 2013/2014

EXAMEN DE THERMODNAMIQUE
FILIERE SMAI 1
DUREE 1H30

PROBLEME I

Un moteur ditherme fonctionne entre deux thermostats selon un cycle constitué de deux transformations adiabatiques réversibles et de deux transformations isochores. Les Températures des thermostats sont T_{FR} (source froide) et T_{CH} (source chaude) avec $T_{FR} < T_{CH}$. Le cycle est décrit par n moles de gaz supposé parfait de capacité thermique molaire à volume constant C_{vm} constante. Pour ce gaz, le rapport γ de la capacité thermique molaire à pression constante C_{pm} et de C_{vm} est égal à 1,4.

Les déférentes transformations du cycle sont :

- A →B : compression adiabatique réversible de durée Δt ;
- B →C : échauffement isochore par contact du gaz avec la source chaude par l'intermédiaire des parois du cylindre qui le contient pendant une durée Δt_1.
- C →D : détente adiabatique réversible de durée Δt ;
- D →A : refroidissement isochore par contact du gaz avec la source froide par l'intermédiaire des parois du cylindre qui le contient pendant une durée Δt_2.

On ne tiendra pas compte de la capacité thermique du cylindre contenant le gaz.

Chaque grandeur pression P, volume V et température T du gaz en un point du cycle sera indicée par la lettre de ce point.

On notera α le rapport volumétrique $\frac{V_A}{V_B} = \frac{V_D}{V_C} = \alpha$.

Données : $T_{FR} = 350$ K ; $T_{CH} = 1\ 100$ K ; $\alpha = 10$.

Constante des gaz parfaits : $R = 8,314$ J.K^{-1}.mol^{-1} ; $n = 0,05$ moles.

$\Delta t = 1,00.10^{-2}$ s ; $\Delta t_1 = 4,43.10^{-2}$ s ; $\Delta t_2 = 3,45.10^{-2}$ s.

1) Etablir la relation de Mayer. En déduire les expressions de C_{vm} et C_{pm} en fonction de R et de γ.

A.N. : calculer C_{vm} et C_{pm}.

2) Montrer que pour une transformation isentropique réversible d'un gaz parfait de rapport γ constant, on a la relation $PV^{\gamma} = Cte$.

En déduire l'expression littérale de T_B en fonction de T_A, α et γ, ainsi que celle de T_D en fonction de T_C, α et γ.

A.N. : calculer T_B et T_D sachant que $T_A = 390$ K et $T_C = 1000$ K.

3) Déterminer, en fonction de n, R, T_A, T_C, α et γ, les expressions littérales :

- du transfert thermique Q_C reçu par le gaz, pendant la durée du cycle, de la part de la source chaude
- du transfert thermique Q_F reçu par le gaz, pendant la durée du cycle, de la part de la source froide.

PROFESSEUR A. LAAMYEM

A.N. : calculer Q_C et Q_F.

4) Déterminer, en fonction de n, R, T_A, T_C, α et γ, l'expression littérale du travail W reçu par le gaz pendant la durée d'un cycle.

Quelle est la puissance moyenne P de ce moteur ?

A.N. : calculer W et P.

5) Définir le rendement η de ce cycle moteur. Déterminer l'expression littérale de η en fonction de α et de γ.

A.N. : calculer η.

6) Démontrer l'expression littérale de la valeur maximale η_{max} du rendement prévue par le théorème de Carnot.

A.N. : calculer η_{max}. Comparer η et η_{max}. Que peut-on en conclure ?

7) Déterminer, en fonction de n, R, T_A, T_C, α et γ, les expressions littérales ΔS_{AB}, ΔS_{BC}, ΔS_{CD} et ΔS_{DA}, de la variation d'entropie du gaz pour les quatre transformations du cycle.

A.N. : calculer ΔS_{DA} et ΔS_{BC}.

8) Quelle est la variation d'entropie du gaz au cours du cycle ?

9) Déterminer, en fonction de **n, R, T_A, T_C, T_{CH}, α et** γ, la variation d'entropie ΔS_{CH} de la source chaude.

A.N. : calculer ΔS_{CH}.

10) Déterminer, en fonction de **n, R, T_A, T_C, T_{FR}, α et γ,** la variation d'entropie ΔS_{FR} de la source froide.

A.N. : calculer ΔS_{FR}.

PROBLEME II

Un climatiseur est une machine thermique ditherme. Elle décrit des cycles à partir de deux « sources » thermiques constituées d'une part par l'air extérieur de température invariable T_{ex} = 298 K et d'autre part par une pièce de température initiale T_i ($T_i = T_{ex}$) que l'on désire porter à la température T_f = 293 K.

1. Donner le principe de fonctionnement d'un climatiseur. Préciser le signe des échanges énergétiques.

2. Déterminer le travail électrique W_r nécessaire à la machine dans le cas où son fonctionnement est réversible. On supposera que la pièce, dont on évalue la capacité thermique à C = 5,0.103 kJ. K^{-1}, n'échange de l'énergie thermique qu'avec la machine.

3. Quel est le temps nécessaire à la mise en température de cette pièce pour une puissance électrique de **250 W** ?

UNIVERSITE CHOUAIB DOUKKALI
FACULTE DES SCIENCES
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE

Année Universitaire 2012/2013
Module 1 de Physique (S_1)
Filière: SMAI

Epreuve de Thermodynamique

Session de rattrapage (*Durée : 1 H 30 mn*)

Questions de cours

Une machine thermique réceptrice décrit un cycle ditherme lors duquel elle échange la quantité de chaleur Q_C avec la source chaude à la température T_C, la quantité de chaleur Q_F avec la source froide à la température T_F et le travail W_{cycle} avec l'extérieur.

1. Donner le schéma de principe pour une telle machine réceptrice, indiquer le sens et le signe des échanges. Quels sont les deux types possibles pour cette machine.
2. Dans le cas où cette machine est une pompe à chaleur (*PAC*), rappeler la définition de son coefficient de performance (*COP*). Exprimer ce *COP* en fonction des quantités de chaleur Q_F et Q_C échangées. Que signifie la notation : *PAC eau-air* ?
3. Rappeler sans démonstration l'expression du coefficient $(COP)_C$ dans le cas d'une pompe à chaleur réversible dite de Carnot. Comparer ce $(COP)_C$ au *COP* d'une *PAC* réelle.
4. Application : calculer le $(COP)_C$ d'une pompe à chaleur réversible (de Carnot) travaillant entre les deux sources de températures : $t_C = 20\,°C$ et $t_F = 10\,°C$

Problème

Un gaz parfait pris à l'état A (P_A, V_A, T_A), subit le cycle des trois transformations réversibles suivantes :

a) $\Im_{AB}$: transformation adiabatique qui fait passer le gaz de l'état A à l'état B (P_B, V_B, T_B) où le volume V_B est le double du volume initial V_A.

b) $\Im_{BC}$: chauffage isochore de l'état B à l'état C (P_C, V_C, T_C) de façon à revenir à la température initiale T_A.

c) $\Im_{CA}$: transformation isotherme de façon à revenir à la pression initiale P_A.

Données : $A\left(P_A = 10^5\ Pa\,;\ V_A = 10^{-2}\ m^3\,;\ T_A = 300\,K\right)$; $R = 8{,}32\ \ J/(mol \cdot K)$; $\gamma = \dfrac{c_P}{c_V} = 1{,}4$

1) Comment appelle-t-on les transformations $\Im_{AB}$ et $\Im_{CA}$
2) Calculer le nombre de mole ***n*** de ce gaz
3) Déterminer d'une manière complète les états B (P_B, V_B, T_B) et C (P_C, V_C, T_C).
4) Représenter le cycle décrit par ce gaz sur le diagramme (P, V). Quelle est sa nature?
5) Calculer les travaux W_{AB}, W_{BC} et W_{CA}, en déduire le travail global échangé W_{cycle}.
6) Calculer les quantités de chaleur échangées Q_{AB}, Q_{BC} et Q_{CA}, ainsi que Q_{cycle}.
7) Vérifier le premier principe de la thermodynamique sur ce cycle.
8) Calculer les variations d'entropie ΔS_{AB}, ΔS_{BC} et ΔS_{CD}. Déduire ΔS_{cycle}.

UNIVERSITE CHOUAIB DOUKKALI
FACULTE DES SCIENCES
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE

Année Universitaire 2011/2012
Module 1 de Physique (S_1)
Filière: SMIA

Epreuve de Thermodynamique

Session de rattrapage
Durée : 1 H 30 mn

Etude du fonctionnement d'un réfrigérateur

A) Un réfrigérateur est constitué essentiellement d'un fluide soumis à une série de cycles thermodynamiques. A chaque cycle le fluide extrait de l'intérieur de l'enceinte une quantité de chaleur Q_F et échange avec l'extérieur, (cuisine), une chaleur Q_C et un travail W. On admettra que l'intérieur du réfrigérateur et son extérieur constituent deux sources de chaleur aux températures $T_F = 270\ K$ et $T_C = 295\ K$ et qu'en dehors des échanges avec ces deux sources, les transformations sont adiabatiques.

1) Donner le schéma énergétique qui représente les deux sources (chaude C et froide F), le système réfrigérateur et les échanges Q_F, Q_C, W ainsi que leurs signes et leurs sens.

2) On caractérise l'efficacité, "e_f", du réfrigérateur par: $e_f = \dfrac{Q_F}{W}$,

2.1) Quel doit être la nature du cycle pour que cette efficacité, e_f soit maximale?

2.2) En appliquant les deux principes de la thermodynamique, établir l'expression qui donne cette valeur maximale, $(e_f)_m$, la calculer numériquement.

2.3) Dans ce cas (où e_f est maximale), tracer sommairement, le cycle dans le diagramme de Clapeyron (P, V) et dans le diagramme (T, S).

B) On utilise comme fluide un gaz parfait pour lequel les capacités calorifiques C_P, C_V et leur rapport, γ, sont indépendants de la température. On étudie un cycle qui se compose des quatre transformations suivantes:

❖ $\mathfrak{J}_{AB}$: compression adiabatique réversible qui fait passer le gaz de l'état A (P_0 , T_F) à l'état B (P_1 , T'_C). Les pressions sont telles que: $P_0 < P_1$ et $T_F = 270\ K$.

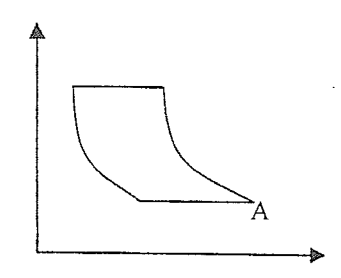
❖ $\mathfrak{J}_{BC}$: refroidissement isobare réversible de l'état B (P_1 , T'_C) à l'état C (P_1 , T_C) durant lequel le gaz passe dans le radiateur qui est à l'extérieur de l'appareil. On prend : $T_C = 295\ K$ *comme en A).*

❖ $\mathfrak{J}_{CD}$: détente adiabatique réversible de l'état C (P_1 , T_C) à l'état D (P_0 , T'_F).

❖ $\mathfrak{J}_{DA}$: isobare réversible de l'état D (P_0 , T'_F) à l'état A (P_0 , T_F). Au cours de cette transformation le gaz passe dans un serpentin à l'intérieur de l'enceinte.

1) Compléter le diagramme de Clapeyron *(P, V)* du cycle étudié et indiquer la température en chaque point.

(*Ce schéma sera reproduit sur votre copie*)



2) Etablir les expressions de T'_C et de T'_F. En déduire l'égalité: $T_C.T_F = T'_C.T'_F$

3) Déterminer Q_C et Q_F. Dans cette partie, Q_C et Q_F sont bien évidemment les chaleurs échangées respectivement au cours des transformations $\mathfrak{J}_{BC}$ et $\mathfrak{J}_{DA}$).

4) Montrer que : $\dfrac{Q_C}{Q_F} = -\dfrac{T_C}{T'_F} = -\dfrac{T'_C}{T_F}$.

5) Application:

5.1) Exprimer l'efficacité, "e_f", en fonction de T_C et T'_F, puis en fonction de T'_C et T_F.

5.2) Comparer l'efficacité, e_f, à son expression maximale $(e_f)_m$ établie en **A)**.

5.3) Calculer numériquement T'_C, T'_F et l'efficacité e_f en prenant $\gamma = 1{,}4$ et $P_1/P_0 = 1{,}8$.

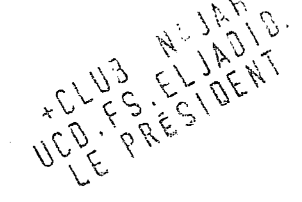
6) Donner les expressions de la variation d'entropie du gaz au cours des quatre transformations qui forment le cycle, vérifier que $\Delta S_{cycle} = 0$.

7) Tracer le cycle étudié dans le diagramme (T, S).

8) Dans le cas réel d'un réfrigérateur domestique, les irréversibilités sont inévitables et l'efficacité réelle n'est que le quart de celle qui est déterminée dans la question **5.3)**. Calculer alors la consommation électrique en joule, nécessaire pour extraire 1 Kcal.

UNIVERSITE CHOUAIB DOUKKALI
FACULTE DES SCIENCES
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE

Année Universitaire 2012/2013
Module 1 de Physique (S_1)
Filière: SMAI

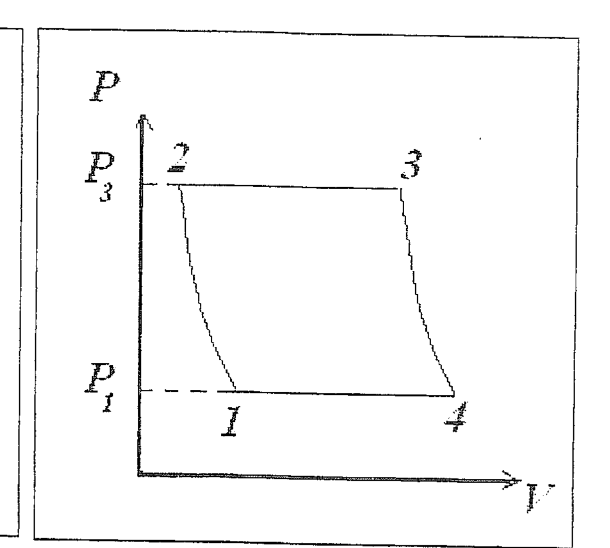


Epreuve de Thermodynamique

Durée : 1 H 30 mn

On se propose d'étudier un dispositif de turbine à gaz qui fonctionne selon le cycle théorique de Brayton. Dans ce cycle l'air assimilable à un gaz parfait décrit les quatre transformations réversibles suivantes :

- *1→2* : compression adiabatique dans le compresseur.
- *2→3* : réchauffement isobare qui se fait avec un apport de chaleur : $Q_C = Q_{23}$.
- *3→4* : détente adiabatique dans la turbine.
- *4→1* : refroidissement isobare s'accompagnant d'un dégagement de chaleur : $Q_F = Q_{41}$.



Données :

- Le rapport des capacités calorifiques molaires γ est supposé constant : $\gamma = 1,4$
- A l'état (*1*) la pression et la température sont : $\left(P_1 = P_4 = 10^5\ Pa\ ; T_1 = 300\,K\right)$
- A l'état (*3*) la pression et la température sont : $\left(P_2 = P_3 = 5\cdot 10^5\ Pa\ ; T_3 = 500\,K\right)$
- On note le rapport des pressions : $a = \dfrac{P_2}{P_1}$ et on donne aussi : $R=8,32\ J/(mol.K)$

Questions :

1) S'agit-il d'un moteur ou d'un récepteur ? indiquer alors le sens de parcours sur le cycle.

2) Donner le schéma de principe habituel en sachant qu'au cours des deux isobares *2→3* et *4→1,* le gaz se met progressivement en équilibre de température avec la source chaude à la température T_3 ou la source froide à la température T_1. Indiquer le sens et le signe des échanges.

3) Rappeler les trois expressions de l'équation d'une adiabatique réversible que suit un gaz parfait pour les différents couples de variables (*P, V*), (*P, T*) et (*T, V*).

4) En considérant les deux adiabatiques *1→2* et *3→4*, et en utilisant uniquement les variables *(P, T)*, exprimer les températures T_2 et T_4 en fonction de a, de γ et des températures adéquates. Les calculer numériquement.

5) Calculer pour une mole de gaz les quantités de chaleur Q_{23} et Q_{41} échangées respectivement, au cours des deux transformations *2→3* et *4→1* (*encadrer les expressions littérales et les valeurs numériques*)

6) Calculer pour une mole de gaz la variation d'entropie ΔS_{23} échangée au cours de la transformation *2→3*. En déduire ΔS_{41} échangée au cours de la transformation *4→1*.

7) Calculer le travail W échangé par une mole au cours du cycle. (*encadrer l'expression littérale et la valeur numérique*).

8) Donner l'expression du rendement $\Re$ du cycle en fonction des températures. Le calculer numériquement.

9) Exprimer ce rendement en fonction a et de γ. Pour cela vous pouvez montrer d'abord, qu'on a bien l'égalité suivante : $\frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_4}$. Comment varie ce rendement avec le taux de compression a ? Justifier votre réponse.

10) En considérant le moteur de Carnot qui fonctionnerait entre les mêmes sources chaude et froide aux températures T_1 et T_3. Calculer son rendement $\Re_C$.

11) Représenter sur un même diagramme de Clapeyron (*P, V*) les deux cycles étudiés (celui de Carnot et celui de Brayton). Pour les bien distinguer, utiliser deux couleurs différentes. Que représentent leurs aires ? Comparer leurs rendements $\Re$ et $\Re_C$. Expliquer la différence.

<u>Questions de cours</u> *(indépendantes du problème précédent)*

Le théorème de l'équipartition de l'énergie pour une particule (*molécule*) de gaz parfait a été annoncé comme suit : *à chaque degré de liberté correspond une énergie de* $\frac{1}{2} k_B T$ avec $R = \aleph_A \cdot k_B$ où k_B est la constante de Boltzmann et $\aleph_A$ est la constante d'Avogadro. Si le gaz parfait en question est diatomique rigide, le nombre de degrés de liberté est 5 pour chaque particule.

a) Quelle est donc pour une mole de ce gaz l'énergie interne ? En déduire l'énoncé de la première loi de Joule pour un gaz parfait.

b) Quelle est sa capacité calorifique molaire à volume constant : $C_{VM} = c_V$. Déduire alors sa capacité calorifique molaire à pression constante : $C_{PM} = c_P$ et ensuite le rapport : $\gamma = c_P / c_V$.

UNIVERSITE CHOUAIB DOUKKALI
FACULTE DES SCIENCES
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE
EL JADIDA

Année universitaire 2013/2014
Filière : SMAI
Module : Physique 1
Responsable : Pr. ANOUAR

EPREUVE DE MECANIQUE DU POINT MATERIEL
(Durée 1h 30 mn)

Problème :

Soient un référentiel fixe (absolu) R_O (O, X_0, Y_0, Z_0) de base orthonormée directe ($\vec{I}_0, \vec{J}_0, \vec{K}_0$) et un second repère mobile (relatif) R (O, x, y, z=Z_0) muni de la base orthonormée directe ($\vec{i}, \vec{j}, \vec{K}_0$). Le repère R se déduit de R_0 par rotation autour d'axe (OZ_0) d'angle $\alpha(t) = (OX_0, Ox) = \lambda\, t$ où λ est une constante. On considère un triangle OAB, lié au repère R, rectangle en O et l'angle (BO, BA) est égale à θ (θ est une constante). Le plan de ce triangle est dans le plan méridien (O, $\vec{i}$, $\vec{K}_0$). On donne les modules : AB= c, OA= a et OB = b avec a, b et c sont des constantes.

Un point M, de masse m, est en mouvement de A vers B ; on définit le mouvement de M sur AB par $\overrightarrow{AM} = r(t)\vec{u}$ où $\vec{u}$ est le vecteur unitaire de $\overrightarrow{AB}$ (Voir figure).

I- Cinématique

1°) Déterminer la vitesse et l'accélération du point B par rapport à R_0.

2°) Exprimer le vecteur $\overrightarrow{OB}$ dans la base de R_0,

3°) Déduire l'équation cartésienne de la trajectoire de B par rapport à R_0, préciser sa nature.

4°) Déterminer le rayon de courbure de cette trajectoire

II- Changement de référentiel

1°) Préciser la nature des mouvements relatif et d'entraînement de M. Donner l'allure de la trajectoire absolue de M.

2°) Déterminer les vitesses relative et d'entrainement de M en déduire sa vitesse absolue,

3°) Exprimer la vitesse absolue de M à partir du vecteur $\overrightarrow{OM}$.

4°) Déterminer les accélérations relative, Coriolis et d'entraînement de M en déduire son accélération absolue,

5°) Exprimer l'accélération absolue de M à partir de la vitesse absolue $\vec{V}_a(M)$.

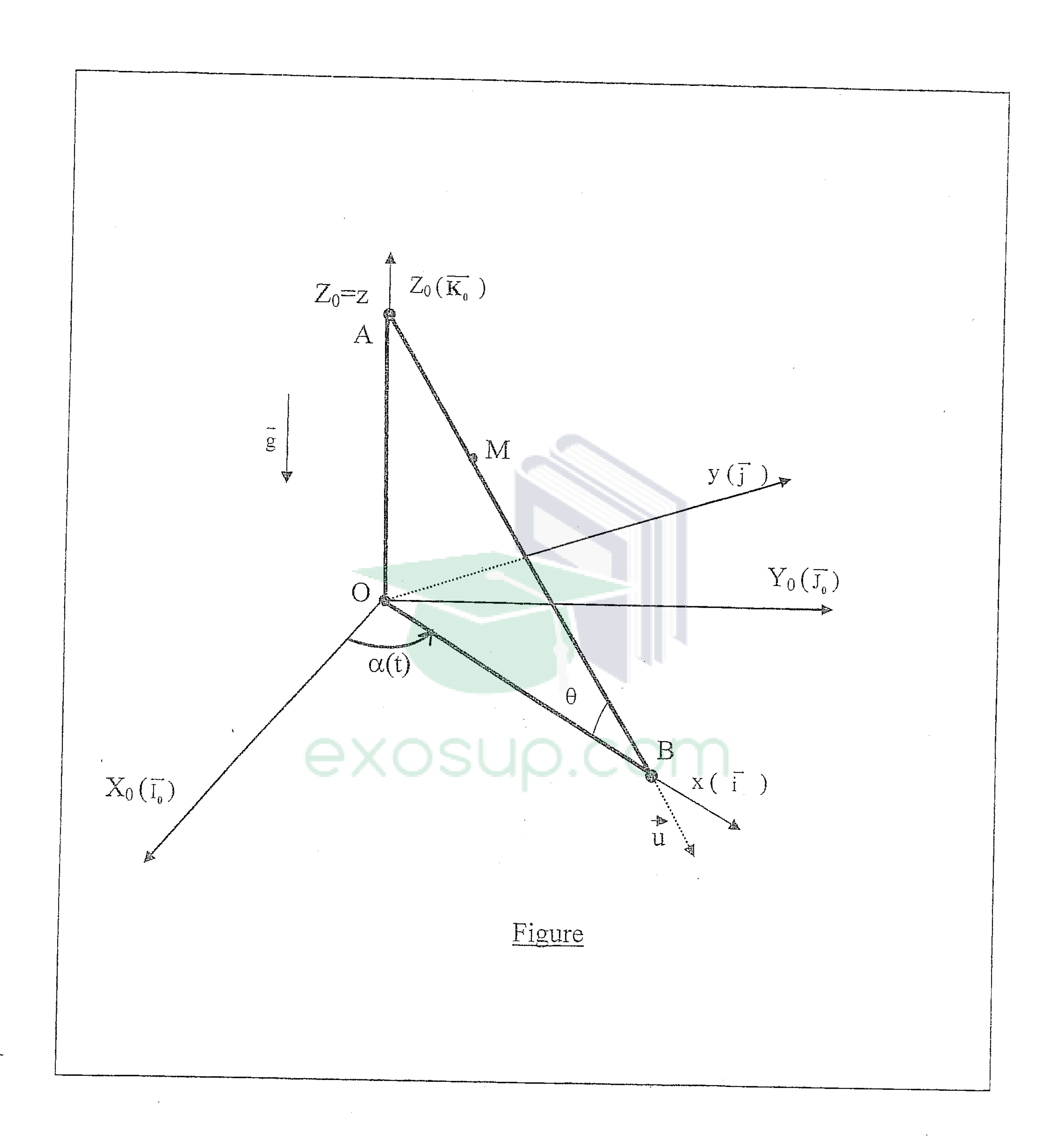
III- Dynamique

Le point M, de masse m, est soumis à son poids et à la réaction de l'hypoténuse AB que l'on note $\vec{R}$. On considère un vecteur unitaire $\vec{v}$ tel que $\vec{v} = \vec{u} \wedge \vec{j}$ pour former une base orthonormée directe ($\vec{u}, \vec{j}, \vec{v}$).

1°) Donner, dans la base ($\vec{u}, \vec{j}, \vec{v}$), les composantes de $\vec{R}$,

2°) Dans le cas où il n'y a pas de frottement entre M et AB, que devient l'équation différentielle du mouvement,

3°) Déterminer la solution de cet équation, sachant qu'à t =0, r = r_0 et $\frac{dr}{dt} = 0$ (r_0 est une constante).



Figure

UNIVERSITE CHOUAIB DOUKKALI
FACULTE DES SCIENCES
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE
EL JADIDA

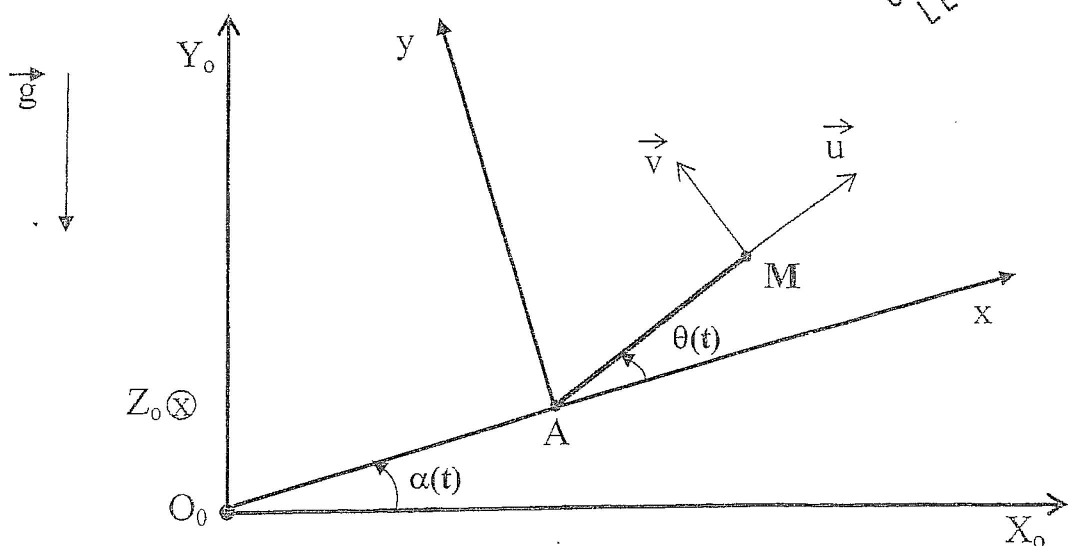
Année universitaire 2013/2014
Filière : SMAI
Module : Physique 1
Responsable : Pr. Anoua M.

EPREUVE DE MECANIQUE DU POINT (Rattrapage)
(1 h 30 mn)

Problème : Soient un repère galiléen $\boldsymbol{R_0}$ (O_0, X_0, Y_0, Z_0) supposé fixe (absolu), muni de la base orthonormée directe ($\vec{I}_0$, $\vec{J}_0$, $\vec{K}_0$) et un second repère $\boldsymbol{R}$ (A,x,y,Z_0) mobile (relatif) muni de la base orthonormée directe ($\vec{i}, \vec{j}, \vec{K}_0$), le point A est définie par $\overrightarrow{O_0A} = h(t)\,\vec{i}$ (h dépend du temps t). Le repère $\boldsymbol{R}$ se déduit de $\boldsymbol{R_0}$ par rotation d'axe ($O_0\,Z_0$) et d'angle $\alpha(t) = (O_0\,X_0\,, O_0x)$. (Voir figure). Dans le plan ($\vec{i}$, $\vec{j}$), un point matériel M, de masse m, et défini par $\overrightarrow{AM} = a\,\vec{u}$ (a est une constante), son mouvement par rapport à $\boldsymbol{R}$ est donné par l'angle θ (t) = ($\vec{i}$, $\vec{u}$) où $\vec{u}$ est le vecteur unitaire de $\overrightarrow{AM}$ et $\vec{v}$ est le vecteur unitaire défini par $\vec{v} = \vec{K}_0 \wedge \vec{u}$.

On suppose que $\dfrac{d\alpha}{dt}$, $\dfrac{d\theta}{dt}$ et $\dfrac{dh}{dt}$ sont des constantes.

+CLUB NAJAH
UCD.FS.EL JADIDA
LE PRÉSIDENT



I- Etude du mouvement du point A

1°) Déterminer la vitesse et l'accélération du point A par rapport à R_0,

2°) Quelle est l'équation cartésienne de la trajectoire de A par rapport à R_0,

3°) Montrer que le rayon de courbure de cette trajectoire est constant si h est une constante.

4°) On suppose que l'axe O_0x exercice une réaction $\vec{R}$ sur le point A, de masse m_A. En appliquant le principe fondamental de la dynamique, déterminer les composantes de $\vec{R}$.

II- Etude du mouvement du point M

1°) Déterminer la vitesse absolue de M à partir de $\overrightarrow{O_0M} = h\vec{i} + a\vec{u}$.

2°) Exprimer, les vitesses relative et d'entraînement de M en déduire sa vitesse absolue $\overrightarrow{V_a(M)}$.

3°) Exprimer, les accélérations relative, d'entraînement et de Coriolis de M en déduire son accélération absolue.

4°) Déterminer l'accélération absolue de M à partir de l'expression de $\overrightarrow{V_a(M)}$.

5°) On se place dans le cas particulier pour lequel h=L est une constante, l'angle θ (t) = ωt et $\alpha(t) = -\omega t$ (ω est une constante et t est le temps). Quelle est l'équation cartésienne de la trajectoire de M par rapport à R_0.

I. *Question de cours :*

Montrer que dans le repère de **Frenet** lié à la particule P $(P, \vec{\tau}, \vec{n}, \vec{b})$ *avec* $\vec{b} = \vec{\tau} \wedge \vec{n}$, le vecteur accélération s'écrit sous la forme : $\vec{\gamma} = \frac{d^2 s}{dt^2}\vec{\tau} + \frac{v^2}{\rho}\vec{n}$. (indication : chercher l'orientation du vecteur $\frac{d\vec{\tau}}{ds}$).

II.

Une particule décrit une courbe plane **(C)** et sa position **M** à un instant **t** est repérée dans un système de cordonnées cartésien orthonormé par le vecteur :

$$\overline{OM} \begin{cases} x = a\cos\omega t \\ y = b\sin\omega t \end{cases}$$

1. Etablir l'équation cartésienne de la trajectoire. Quelle est sa nature ?

2. Déterminer le vecteur vitesse $\vec{v}$ de **M** à l'instant **t** quelconque.
Calculer numériquement la valeur de son module pour **t = 0** et **t = 0,5** s. On donne : $a = 5\ cm, b = 3\ cm\ et\ \omega = \pi\ rad/s$

3. Déterminer le vecteur accélération $\vec{\gamma}$ du mobile **M**. Quelle relation existe-t-il entre $\vec{\gamma}$ et $\overrightarrow{OM}$?
En déduire que le vecteur accélération $\vec{\gamma}$ passe par un point fixe que l'on précisera. En quels points de la trajectoire l'accélération $\vec{\gamma}$ est–elle normale à la trajectoire?

III.

Un point matériel **M**, de masse **m**, se déplace sans frottement, sur une circonférence **(C)** de centre **O** et de rayon **r**, la circonférence **(C)** est située dans le plan vertical **(xOy)** d'un référentiel Galiléen **R(Oxyz)**, de base orthonormée directe $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. **Ox** est vertical descendant (c.à.d. orienté vers le bas).

1. La circonférence **(C)** est fixe dans **xOy**. Le point **M** est situé du côté extérieur de **(C)** et on pose l'angle $\beta = (Oy, \overrightarrow{OM})$.

a. Etablir l'équation différentielle du mouvement de **M**.

b. A l'instant **t = 0**, **M** est lancé du point le plus haut de **(C)** sans vitesse initiale. Déterminer la réaction **R** exercée par **(C)** sur **M** en fonction de **m**, **g** et β.

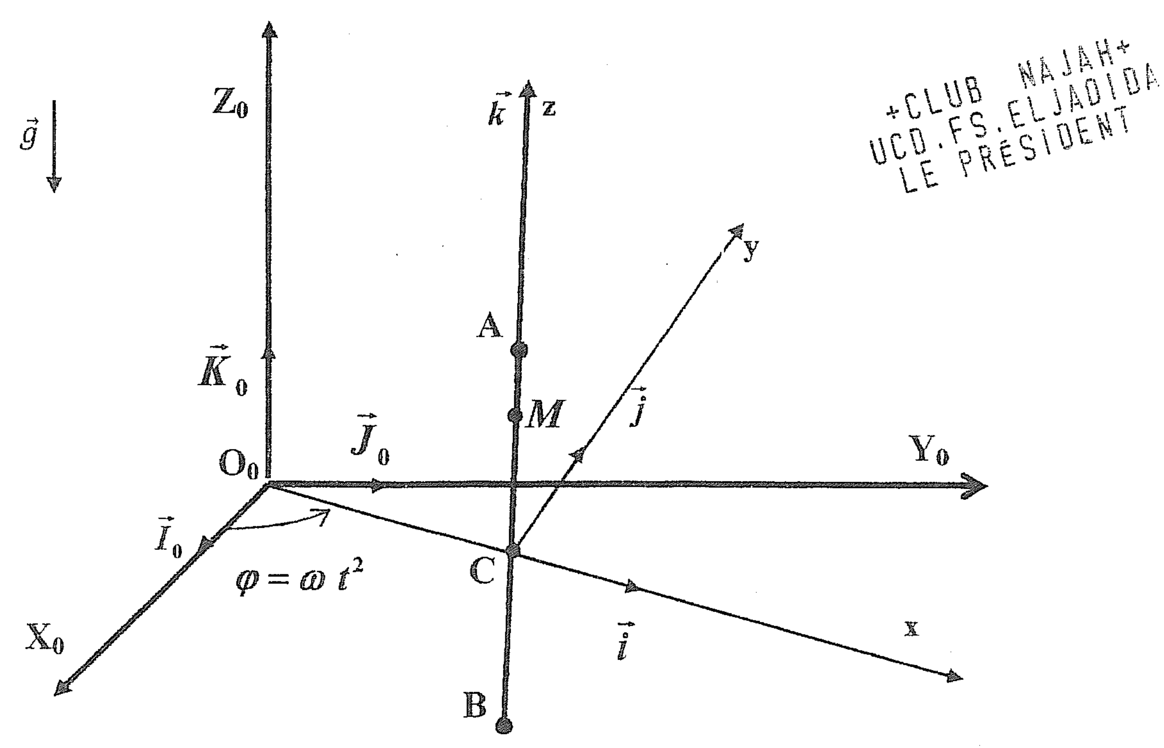
2. La circonférence **(C)** est maintenant animée, autour de l'une de ses tangentes verticales, d'un mouvement de rotation uniforme défini par sa vitesse angulaire ω. On assimile l'objet **M** à un anneau enfilé sur **(C)**. (θ est l'angle entre **Ox** et **OM**)
En appliquant le principe fondamental de la dynamique, déterminer l'équation différentielle du mouvement de **M**.

UNIVERSITE CHOUAIB DOUKKALI
FACULTE DES SCIENCES
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE
EL JADIDA

Année universitaire : 2011/2012
Filière : SMIA
Module : Physique 1
Cours : Mécanique du point

Examen de mécanique du point matériel (1h 30mn)

On considère $R_0(O_0, X_0, Y_0, Z_0)$ un repère fixe (absolu) et une tige [AB] verticale de milieu C et de longueur 2a reste parallèle à l'axe O_0Z_0. On définit le repère relatif R(C, x, y, z) muni de la base orthonormée directe $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ telle que le vecteur $\vec{k}$ reste parallèle à $\vec{K}_0$ et le plan $(\vec{i}, \vec{j})$ reste dans le plan horizontal $(O_0X_0Y_0)$. Les vecteurs $\vec{I}_0$ et $\vec{i}$ font un angle $\varphi = \omega t^2$ où ω est une constante et t est le temps (voir figure). On donne le vecteur $\overrightarrow{O_0C} = R\vec{i}$ où R est une constante positive. Le champ de pesanteur est $\vec{g}$.
Un point matériel M de masse m est animé, le long de cette tige [AB], d'un mouvement tel que $\overrightarrow{CM} = r(t)\vec{k}$ où $r(t) = a \sin\omega t$ avec a et ω sont des constantes positives.



1°) <u>Sans faire de calcul</u> et pour ce problème :

a- Préciser la nature des mouvements relatif et d'entraînement

b- Donner le rayon de courbure de la trajectoire relative et du mouvement d'entraînement

c- Tracer l'allure de la trajectoire absolue de M

2°) Déterminer le vecteur $\overrightarrow{O_0M}$ en déduire la vitesse et l'accélération absolues de M

3°) Donner dans la base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$:

a) les vecteurs $\vec{V}_r(M)$ et $\vec{V}_e(M)$ en déduire $\vec{V}_a(M)$,

b) les vecteurs $\vec{\gamma}_r(M)$, $\vec{\gamma}_e(M)$ et $\vec{\gamma}_c(M)$ en déduire $\vec{\gamma}_a(M)$.

4°) On suppose que la tige [AB] exerce sur M une réaction $\vec{R}$. Déterminer $\vec{R}$.

5°) Déduire la réaction $\vec{R}$ dans le cas où le contact, entre la tige [AB] et M, est sans frottement

6°) Dans le cas où $\varphi = \omega$ et $r(t) = a$, exprimer le rayon de courbure de la trajectoire absolue de M, on

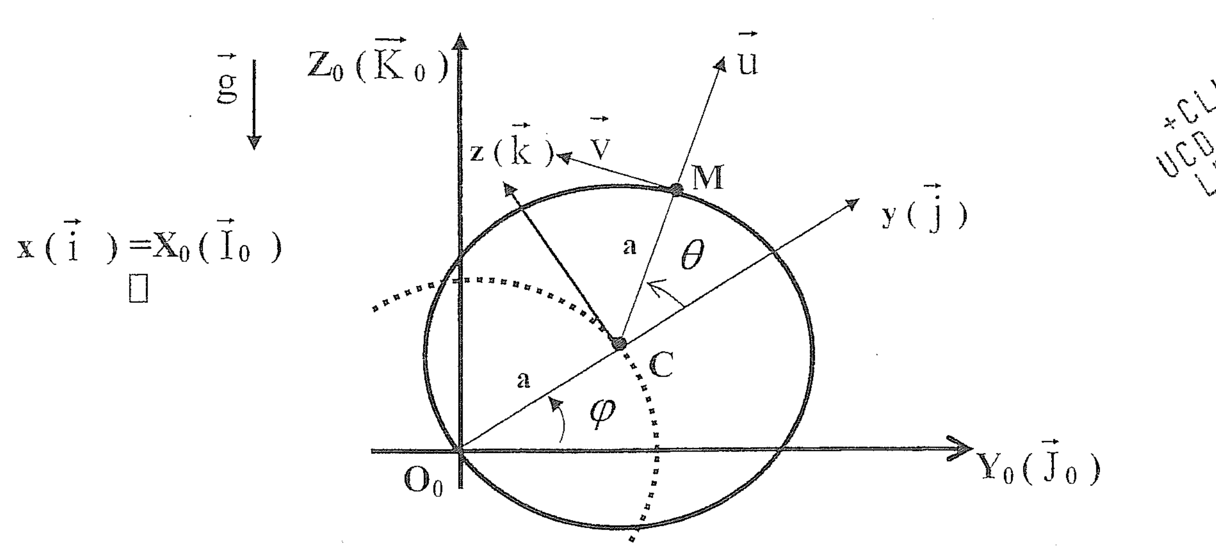
UNIVERSITE CHOUAIB DOUKKAL
FACULTE DES SCIENCES
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE
EL JADIDA

Année universitaire : 2011/2012
Filière : SMIA
Module : Physique 1
Cours : Mécanique du point matériel

Examen de mécanique du point matériel
Rattrapage (1h 30mn)

Dans le plan (O_0 , Y_0, Z_0) du repère $R_0(O_0, X_0, Y_0, Z_0)$ fixe (absolu) de base orthonormée $(\vec{I}_0, \vec{J}_0, \vec{K}_0)$, on considère un point C, défini par les coordonnées cylindriques $\rho = a$ (constante positive) et l'angle $\varphi(t) = (O_0Y_0, O_0y)$. On définit le repère relatif R(C, x, y, z) muni de la base orthonormée directe $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ telle que $(\vec{j}, \vec{k})$ appartient au plan (O_0 , Y_0, Z_0) et le vecteur $\vec{j}$ est unitaire de $\overline{O_0C}$ (voir figure). Soit un point matériel M, de masse m, mobile sur le cercle de centre C de rayon a ; la position relative de M est repéré par l'angle $(\vec{j}, \overline{CM}) = \theta(t)$. Le vecteur unitaire de $\overline{CM}$ est $\vec{u}$ te que $(\vec{u}, \vec{v}) = \pi/2$. Dans tout le problème, on suppose que $\frac{d\varphi}{dt} = \dot{\varphi}$ et $\frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta}$ sont des constantes.

L'accélération de pesanteur $\vec{g}$ est portée par $-\vec{K}_0$. (Voir figure)



I-Cinématique :

1°) Déterminer les coordonnées cartésiennes Y_c et Z_c de C dans le repère R_0 $(\vec{I}_0, \vec{J}_0, \vec{K}_0)$, en déduire la nature de la trajectoire absolue de C.

2°) Déterminer dans la base orthonormée directe ($\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{i}$) :

- a- la vitesse et l'accélération du point C par rapport à R_0 (vitesse et accélération absolues de C)
- b- les vitesses $\vec{V}_r(M)$ et $\vec{V}_e(M)$ en déduire $\vec{V}_a(M)$,
- c- les accélérations $\vec{\gamma}_r(M)$, $\vec{\gamma}_c(M)$ et $\vec{\gamma}_e(M)$ en déduire $\vec{\gamma}_a(M)$.

3°) Déterminer le rayon de courbure R_c de la trajectoire relative de M et de la trajectoire absolue de C

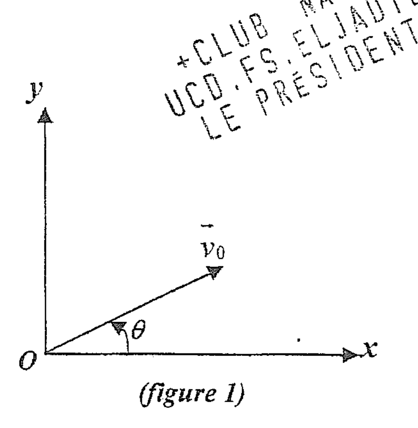
II- Dynamique :

1°) On suppose que le cercle exerce sur M une réaction $\vec{R}$ et la particule M est soumis en plus à une force $\vec{F} = -\lambda \frac{d\theta}{dt}\vec{v}$ où λ est une constante positive (<u>on néglige le poids de la particule</u> M).

En projetant, dans la base ($\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{i}$) , le principe fondamentale de la dynamique, déduire les composantes de la réaction $\vec{R}$.

2°) Que devient la réaction $\vec{R}$ dans le cas où le contact, entre le cercle et M, est sans frottement

I. Dans le cas de la composition des mouvements, exprimer et interpréter (cours):
- la vitesse d'entraînement
- l'accélération d'entraînement.



(figure 1)

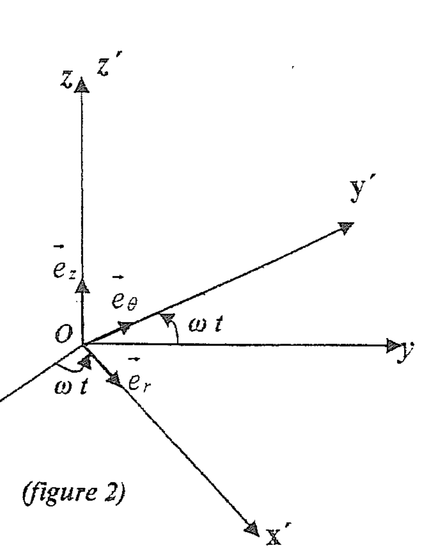
II. A l'instant **t = 0**, on lance d'un point **O** avec une vitesse initiale $\vec{v_0}$ un projectile ponctuel de masse **m**, $\vec{v_0}$ fait avec l'axe horizontal **Ox** l'angle θ (*figure 1*); l'axe verticale **Oy** est orienté vers le haut. On suppose dans tout ce qui suit que le champ de pesanteur est uniforme, c'est-à-dire que l'accélération $\vec{g}$ est indépendante de l'altitude.

1. Calculer à l'instant **t** les composantes et le module de la vitesse $\vec{v}$ de **M**.
2. Quelles sont les équations horaires du mouvement **x(t)** et **y(t)**.
3. En déduire l'équation de la trajectoire. Quels en sont les points remarquables ? Pour quelle valeur de θ obtient-on une portée maximale ?

III. Considérons deux repères orthonormés directs **R(O,x,y,z)** et **R'(O,x',y',z')** dont les axes **Oz** et **Oz'** sont confondus, **R'** tourne autour de **Oz** avec une vitesse angulaire ω constante (*figure 2*). Soit une particule **M** animée d'un mouvement uniforme de vitesse $v_0\,\vec{e_r}$ le long de **Ox'**.

Condition initiale : A l'instant **t=0** ; $\overrightarrow{OM} = \vec{r} = \vec{0}$.

1. A l'instant **t**, déterminer et représenter sur une figure :
   a. Les vecteurs vitesses et accélérations de **M** dans le repère absolu à partir de l'expression du rayon vecteur.
   b. Le vecteur vitesse de la particule dans **R'** ainsi que la vitesse d'entrainement.
   c. Les vecteurs accélérations : l'accélération relative $\vec{\gamma_r}$, l'accélération d'entrainement $\vec{\gamma_e}$ et l'accélération de Coriolis $\vec{\gamma_c}$. Vérifier qu'en appliquant la règle de composition des accélérations, on retrouve les résultats de la question **1.a.**.
2. Donner l'expression de la composante tangentielle de l'accélération du mobile **M** dans **R**. Calculer le rayon de courbure ρ de la trajectoire.
3. a. On suppose que la particule ne puisse pas dépasser la valeur $r = r_1 = OM_1$. Etablir l'équation de la trajectoire **(T)** dans **R** en coordonnées polaires lorsque $r_1 = 40\,cm$, $v_0 = 5\ \ cm/s$ et $\omega = \frac{\pi}{4}\ rd/s$.
   b. Trouver la relation qui lie les angles ψ_1 et ψ_2 que font respectivement $\vec{v_a}(M)$ et $\vec{\gamma_a}(M)$ avec l'axe **Ox'**.
   c. Tracer la trajectoire **(T)** et représenter les différents vecteurs vitesses et accélérations lorsque l'angle polaire prend les valeurs $0, \pi\ et\ \frac{3\pi}{2}$.



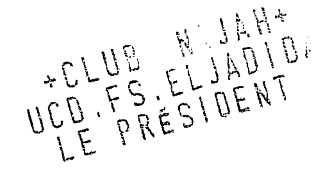
(figure 2)

Université Chouaïb Doukkali
Faculté des Sciences, El Jadida
Département d'Informatique

Année Universitaire 2013-2014
(SMAI2)
E.Module : Algorithmique

Examen

(Durée : 1h30)



QUESTION

Si un utilisateur (un client) vous demande de lui faire un programme sur ordinateur pour résoudre un problème donné, quelles sont les 5 étapes par lesquelles vous aller passer pour faire ce qu'il a demandé.

EXERCICE 1

Écrire un algorithme, qui demande à l'utilisateur un entier n strictement positif, et un réel x quelconque, puis calcule et lui affiche S1 S2 et S3 tels que :

$S1 = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n$

$S2 = 1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + \dots + x^n$

$S2 = 1x + 2x^2 + 3x^3 + 4x^4 + \dots + nx^n$

EXERCICE 2

Ecrire un algorithme puis le programme correspondant en langage C, qui lit un entier n puis calcule et affiche le terme S_n de la suite suivante :

$S_0 = 5$

$S_n = 10 + 3*S_{n-1}$ pour $n>0$

EXERCICE 3

Un utilisateur souhaite que vous lui fassiez un programme en langage C qui lit un texte de taille maximale 300 lettres. Qui afficher le nombre N de fois que la lettre 'a' est répété (en majuscule ou en minuscule). Puis le nombre M de mots (c'est à dire le nombre de fois que le l'espace ' ' est répété plus 1). Enfin le programme affiche le nombre K de paragraphes (c'est à dire le nombre de fois que le retour à la ligne est répété : le code ASCCI du retour à la ligne est 13).

EXERCICE 4

Écrire l'algorithme qui lit un tableau T de taille n ($1 \leq n \leq 100$) à éléments entiers, puis calcul et affiche la moyenne de tous les éléments du tableau T. Il détermine et affiche aussi le minimum et le maximum du tableau.

EXERCICE 5 (optionnelle)

Ecrire en langage C l'algorithme de l'exercice 4, en rajoutant le classement du tableau dans l'ordre croissant.

Éléments du langage C

Les instructions

L'instruction if fait des comparaisons :

```
if (Nombre >= 0)
    printf ("C´est vrai\n");
else
    printf ("C´est faux\n");
```

L'instruction for est utilisée pour une boucle à nombre fixe d'itérations :

```
for (i = 0; i < 20; i++)
    Tableau[i] = i;
```

Les boucles while et do servent à boucler tant que la condition en paramètre est vraie, avec la différence que la boucle while évalue la condition AVANT les itérations, alors que la boucle do l'évalue seulement APRÈS. Il s'en suit donc qu'une boucle do est toujours exécutée au moins une fois, quelle que soit la condition.

```
i = 0;
while (i < 10)
    {
    Tableau[i] = i;
    i++;
    }
```

```
i = 0;
do
    { Tableau[i] = i;
    i++;
    }
while (i < 10);
```

L'instruction switch sert à départager les instructions en fonction de la valeur d'une variable :

```
switch (i)
{
 case 1: printf ("La valeur de i est égale à un\n"); break;
case 2: printf ("La valeur de i est égale à deux\n"); break;
case 3: printf ("La valeur de i est égale à trois\n"); break;
default: printf ("La valeur de i est égale à autre chose\n"); break;
}
```

scanf et printf

Les prototypes génériques de ces deux fonctions se présentent sous la forme :

```
scanf("control", &arg1, &arg2, ...);
printf("control", arg1, arg2, ...);
```

Types de conversion

type	signification
%c	caractère
%s	chaîne de caractères
%d	nombre entier en décimal
%e	nombre réel sous la forme mantisse/exposant [-]m.nnnnnne[+|-]xx
%E	nombre réel sous la forme mantisse/exposant en majuscule [-]m.nnnnnnE[+|-]xx
%f	nombre réel sous la forme [-]mmm.nnnnnn
%g	nombre réel sous la forme la plus courte entre les types %e et%f
%G	nombre réel sous la forme la plus courte entre les types %E et%f
%o	nombre entier en octal
%p	pointeur ou adresse de la valeur numérique
%u	nombre entier non signé en décimal
%x	nombre entier en hexadécimal
%X	nombre entier en hexadécimal ; lettres affichées en majuscules

Exemple d'un programme simple

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>

int main ()

  {
  printf ("Bonjour le monde\n");
  system("pause") ; return (0);
  }
```

Les types des variables s'établissent comme suit :

```
int             i,  j,  k;
int             Entier;
short           EntierDe16Bits;
long            EntierDe32Bits;
char            c; 8Bits
float           VirguleFlottante;
double          HautePrecision;
register int    ir;
unsigned char   Chaine[20];
unsigned char * Pointeur;
int             TableauDEntiers[10][4];
```

Les opérateurs sont nombreux :

Opérateur	Description
+ - * /	Addition, soustraction, multiplication, division
++ --	Incrémentation, décrémentation
>> <<	Décalage de bits vers la droite et vers la gauche
& |	Opérateurs binaires ET et OU
== !=	Comparaison : égalité et différence
< > <= >=	Comparaison : plus petit, plus grand, plus petit ou égal, plus grand ou égal
&& ||	Comparaison : ET et OU logiques
=	Affectation simple
+= -= *= /= &= |=	Affectation complexe

http://www4.uqo.ca/direction-services/stunix/langage-C.htm

http://www.linux-france.org/prj/embedded/sdcc/sdcc_course.formatted_io.html